

# *IA et Nous*

## *Applications pratiques*

### *Probabilités*

# Plan

- 1. Incertitude et probabilités***
- 2. Cotes et vraisemblance***
- 3. Règle de Bayes***
- 4. Classification naïve bayésienne***
- 5. Notre cerveau est bayésien***

# *Incertitude et probabilité*

**S.Dehaene**

« Apprendre c'est raisonner comme un **détective** :

Remonter aux causes cachées des phénomènes pour en déduire le **modèle** qui les gouverne »

Dans le monde réel, les informations sont rarement binaires, vraies ou fausses, mais **incertaines** ou **probabilistes**

# *Incertitude et probabilité*

*Penser l'incertitude comme quelque chose qui peut être quantifié.*

*La probabilité sert à quantifier et comparer les risques.*

*Exemples dans la vie de tous les jours :*

- quels sont les risques en cas de dépassement de la limite de vitesse ?*
- quelles sont les chances que les taux d'intérêt de votre crédit immobilier augmentent de cinq points de pourcentage au cours des cinq prochaines années ?*
- quelles sont les chances que l'IA automatise des tâches particulières, telles que la détection d'os fracturés dans les clichés radiologiques ?*

# Probabilité

Selon les prévisions météo, **il pleuvra** demain avec **90 % de probabilité**, mais la journée se révèle très belle, avec un grand soleil et pas de pluie.

Selon les prévisions météo, la probabilité de pluie pour demain est **de 0 %**, mais la journée se révèle **pluvieuse**.

Supposons que vous surveilliez un prévisionniste météo **pendant longtemps**. Vous ne prenez en considération que les jours pour lesquels la prévision donne **80 % de risque de pluie**. **À long terme** vous découvrez qu'en moyenne, **il pleut trois jours sur cinq**

Aux États-Unis, lors de l'élection présidentielle de 2016, un blog politique bien connu, Five-Thirty-Eight, donnait à **Clinton 71,4 % de chances de l'emporter (contre 28,6 % à Trump)**.

Toutefois, contrairement aux prévisions, **Donald Trump a été élu** 45e président des États-Unis.

Prévision  
Juste, erronée, ou pas de conclusion

pas de conclusion

erronée

erronée

pas de conclusion

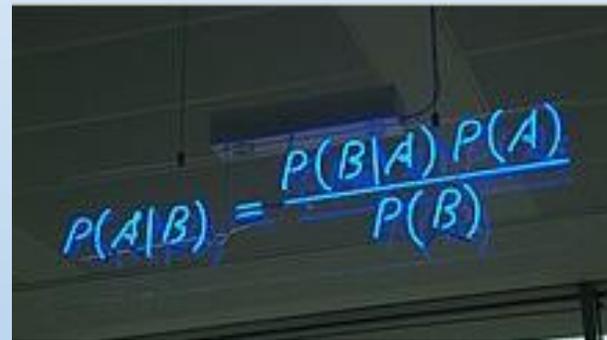
# Thomas Bayes

*Mathématicien britannique et pasteur de l'Église presbytérienne, connu pour avoir formulé le théorème de Bayes*



1702-1761

*Permet de déterminer la probabilité qu'un événement arrive à partir d'un autre évènement qui s'est réalisé, notamment quand ces deux évènements sont interdépendants.*

A photograph of a whiteboard with the formula for Bayes' theorem written in blue marker. The formula is  $P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$ . The whiteboard is slightly out of focus, and the background is dark.

# Cotes

**3:1 (trois contre un)**, ce qui signifie que nous prévoyons que, pour trois occurrences d'un résultat, par exemple un pari gagné, il y a une occurrence de résultat inverse, un pari perdu.

On peut aussi l'exprimer en disant qu'il y a **3 chances sur 4 de gagner (3/4)**.

Ces fréquences sont appelées «fréquences naturelles», étant donné qu'elles ne concernent que des nombres entiers.

**Cela correspond à une probabilité de  $\frac{3}{4} = 0.75$  ou 75%**

**Exemple : la cote du risque de pluie à San Diego est de 23:342, quelle est la probabilité ?**

**Probabilité est  $23 / (23+342) = 0.06 = 6\%$**

# Cotes antérieures et vraisemblance

En Finlande. les risques de pluie sont de 206 sur 365 **cote antérieure** de 206:159

- **Chances d'avoir un matin nuageux lors d'une journée pluvieuse sont de 9 sur 10** (ce qui signifie que sur 10 jours, une seule journée pluvieuse a commencé avec un ciel bleu).
- **Chances d'avoir des nuages mais pas de pluie dans la journée sont de 1 sur 10.**

**Q : Y a-t-il plus de chances d'avoir des nuages un jour de pluie ou un jour sans pluie ?**

Analyse

- jour de pluie, les chances d'avoir des nuages dans la matinée sont de 9 sur 10,
- jour sans pluie, ces chances sont de 1 sur 10

**Il y a donc 9 fois plus de chances qu'il pleuve un jour où les nuages sont présents dans la matinée. 9/10: 1/10**

**C'est le rapport de vraisemblance**

# Règle de Bayes - Cotes postérieures

En Finlande. les risques de pluie sont de 206 sur 365

**cote antérieure** de 206:159 Soit 56%

Il y a **9 fois plus de chances** qu'il pleuve un jour où les nuages sont présents le matin

**Rapport de vraisemblance = 9**

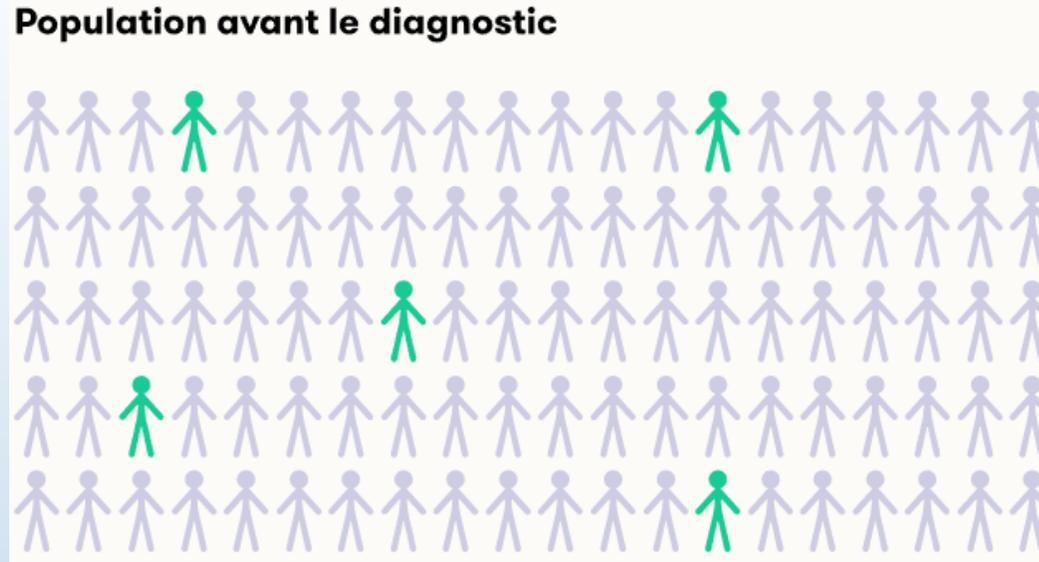
**Quelle sera la cote de pluie avec un matin nuageux ?**

**Règle de Bayes : Cote postérieure = Vraisemblance X cote antérieure**

**Cote postérieure = 9 \* 206:159 = 1854:159 ou 92 : 8**

**soit 92% de risque de pluie avec un matin nuageux**

# Règle ou théorème de Bayes



- Supposons que **5 femmes sur 100** ont un cancer du sein.
- Supposons que si une **personne souffre d'un cancer du sein, la mammographie va le détecter 80 fois sur 100.**

*Lorsque l'examen suggère la présence du cancer du sein, on dit que le résultat est **positif**.*

- Supposons que si la **personne testée n'a pas de cancer du sein, la probabilité que l'examen soit positif est de 10 pour 100 (faux positif) .**

# Règle ou théorème de Bayes

*Une femme passe une mammographie et obtient un résultat positif.*

*Selon vous, quelles sont les cotes pour qu'elle soit atteinte d'un cancer du sein?*

*Intuitivement ?*

- XX %

- YY %

- ZZ %

# Règle ou théorème de Bayes

*Une femme passe une mammographie et obtient un résultat positif.*

*Selon vous, quelles sont les cotes pour qu'elle soit atteinte d'un cancer du sein?*

*Intuitivement ?*

## Calcul

La cote antérieure décrit la situation avant d'obtenir le résultat de l'examen **5:95**.

Le rapport de vraisemblance est la probabilité d'un résultat positif en cas de cancer divisé par la probabilité d'un résultat positif en cas d'absence de cancer :  **$80/100 : 10/100 = 8$** .

La cote postérieure de cancer du sein en cas de résultat positif à l'examen :  **$8 * 5:95 = 40 : 95$**

*Parmi les femmes qui font l'objet d'un examen positif, il y aurait en moyenne :*

*- 40 femmes atteintes d'un cancer pour **95** femmes sans cancer du sein.*

*Cela donne un résultat de 40 sur 135, soit environ 30 %.*

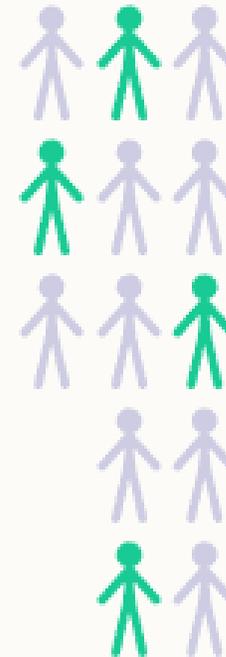
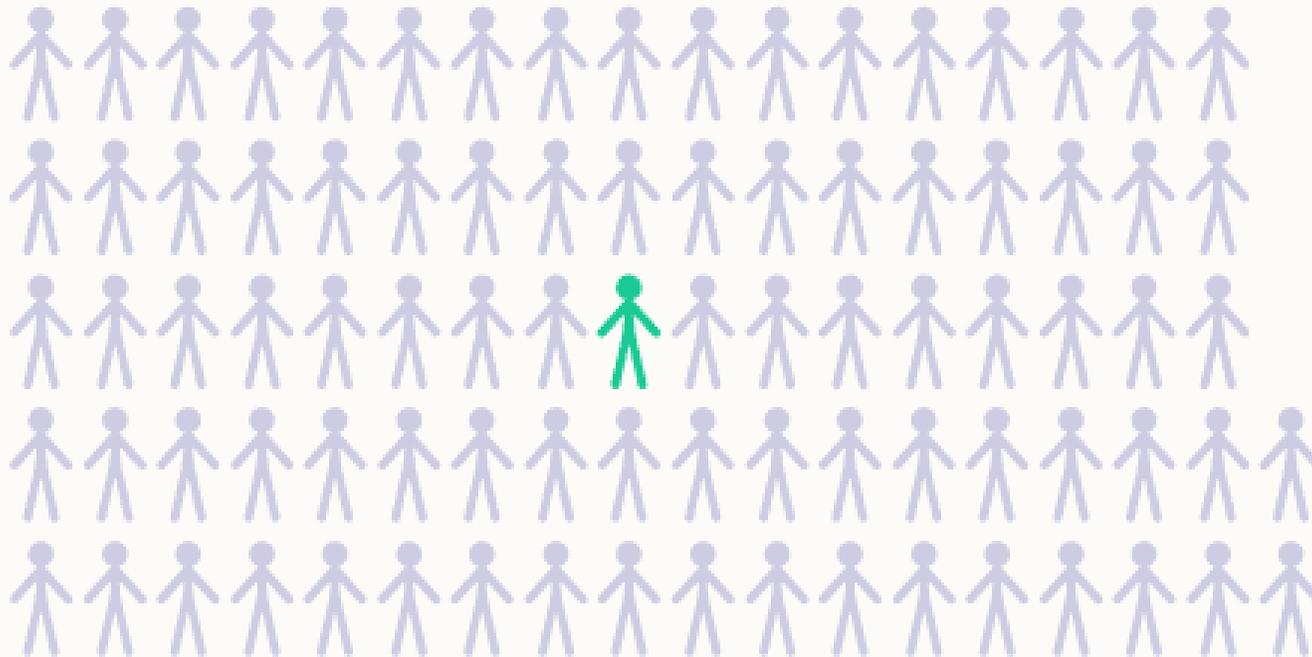
*Ou 4/13 positives auraient un cancer contre 1/ 87 testées négatives*

# Règle ou théorème de Bayes

## Population après le diagnostic

1/ 87 testées négatives

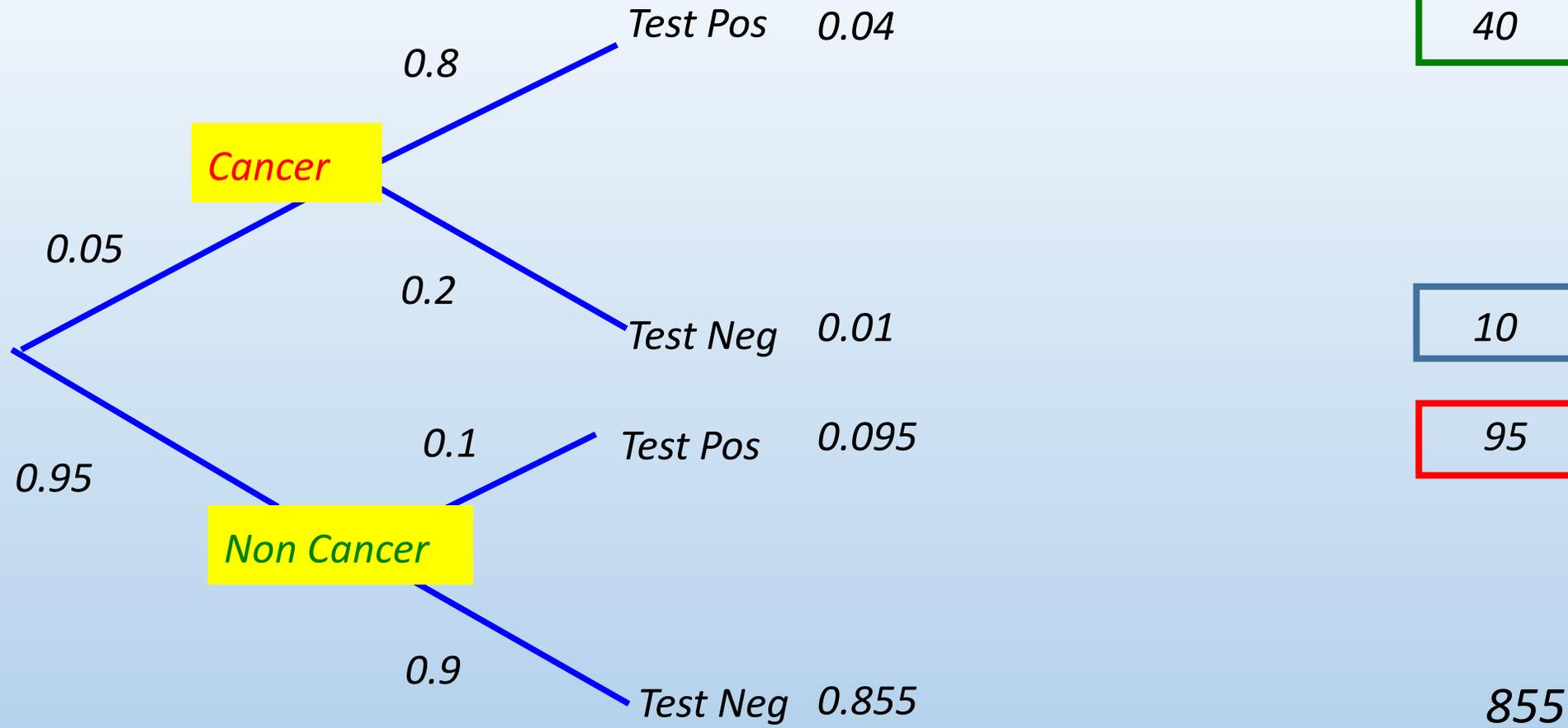
4/13 positives ont un cancer



# Règle ou théorème de Bayes

Autrement dit :

Pour 1000 patients



# *Règle ou théorème de Bayes*

**Cote postérieure = Vraisemblance X cote antérieure**

# *Règle ou théorème de Bayes*

*Autre exemple :*

*Pièce de monnaie pour tirage pile ou face*

*La théorie de Bayes (et Laplace)\* explique comment réviser nos croyances à chaque tirage*

\* Révérend Bayes (1701-1761)– Marquis de Laplace(1749/1827)

# Classification naïve bayésienne

*Technique d'apprentissage automatique qui peut être utilisée pour séparer des objets tels que des documents textuels en deux classes ou plus.*

*Le classifieur est **entraîné** avec un ensemble de données d'entraînement, pour lesquelles les classes correctes sont indiquées*

*Puis le classifieur est ensuite utilisé pour déterminer les **probabilités que les objets en entrée soient dans telle classe** en analysant leurs variables et caractéristiques*

***Naïf** : on considère que toutes les variables sont indépendantes*



# Classification naïve bayésienne

## Exemple : classification spam/non-spam

- Supposons que nous ayons « mesuré » recevoir 1 spam pour 1 non spam.

→ La cote antérieure est de 1:1

- Supposons que nous avons calculé le nombre d'occurrences des mots suivants (ainsi que de tous les autres mots) dans les deux classes de messages :

| mot          | spam  | non-spam |
|--------------|-------|----------|
| million      | 156   | 98       |
| USD          | 29    | 119      |
| adclick      | 51    | 3        |
| conférences  | 1     | 12       |
| <b>total</b> | 95791 | 306438   |

### Calcul du rapport de vraisemblance :

Pour le mot million :  $156/95791 : 98/306438 = 5.1$

Pour le mot USD :  $29/95791 : 118/306438 = 0.8$

Pour le mot adclick :  $51/95791 : 3/306438 = 53.2$

Pour le mot conférences :  $1/95791 : 12/306438 = 0.3$

# Classification naïve bayésienne

| mot         | rapport de vraisemblance |
|-------------|--------------------------|
| million     | 5.1                      |
| USD         | 0.8                      |
| adclick     | 53.2                     |
| conférences | 0.3                      |

**Cote postérieure = Vraisemblance X cote antérieure**

**Filtre antispam à un seul mot :**

Pour le mot million :  $1:1 \times 5.1 = 5.1$  soit 51 messages spam pour 10 non-spam  
Probabilité spam =  $51 / (51+10) = 83 \%$

:

**Filtre pour les 4 mots :**  $1:1 \times 5.1 \times 0.8 \times 53.2 \times 0.3 = 65 \rightarrow 65$  spams pour 1 non spam  
 $P \sim 98\%$

# *Règle ou théorème de Bayes*

**Le cerveau humain est bayésien !!**

# *Apports des neurosciences*



*Source : Stanislas Dehaene*

*Cours Collège de France 2012*

*Apprendre - Les talents du Cerveau, le défi des machines Odile Jacob 2018*

# Le cerveau humain est bayésien

*Rousseau dans Emile et l'Education (1762) :*

*Nous naissons capables d'apprendre mais ne connaissant rien ne sachant rien »*

*Turing : « Il est vraisemblable que le cerveau de l'enfant soit comme un cahier qu'on vient d'acheter.... »*

*Pour les neuroscientifiques\*, rien n'est plus faux.*

*« Le bébé vient au monde pré-cablé, avec une extraordinaire base de données*

*Notre cerveau bayésien bénéficie des millénaires d'évolution et vient au monde bien*

*structuré, avec une vaste combinatoire de pensées potentielles et de modèles mentaux..*

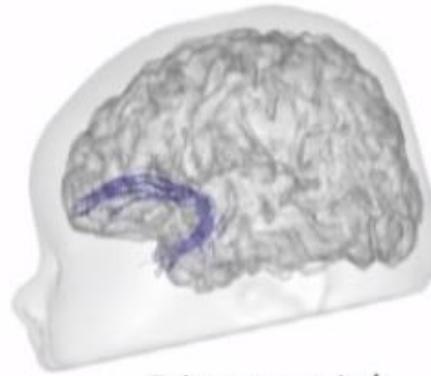
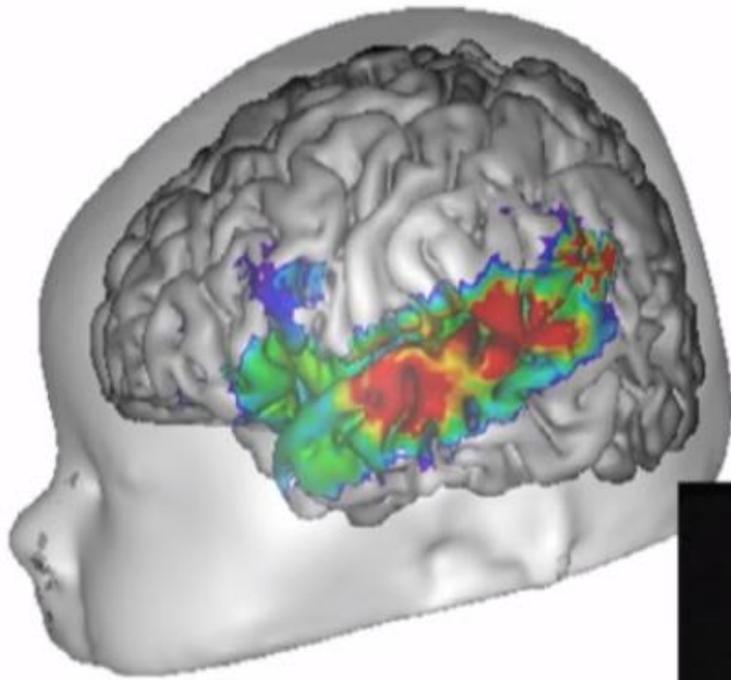
*pourvus de réglages capables d'ajuster les paramètres en fonction des informations reçues du monde extérieur. »*

*« Tous les enfants naissent avec une architecture cérébrale similaire »*

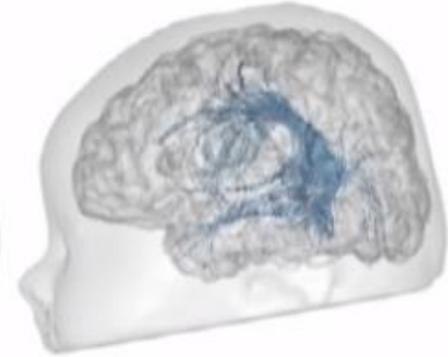
*Cela réactualise le débat Inné / Acquis !!*

\* Stanislas Dehaene *Apprendre* 2018 O.Jacob

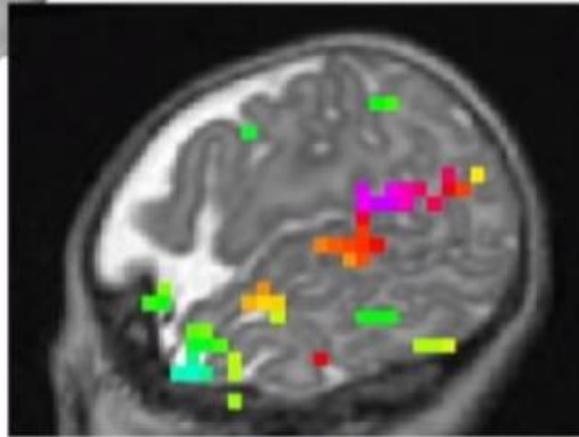
## Idée 1: Le cerveau de l'enfant est structuré dès la naissance



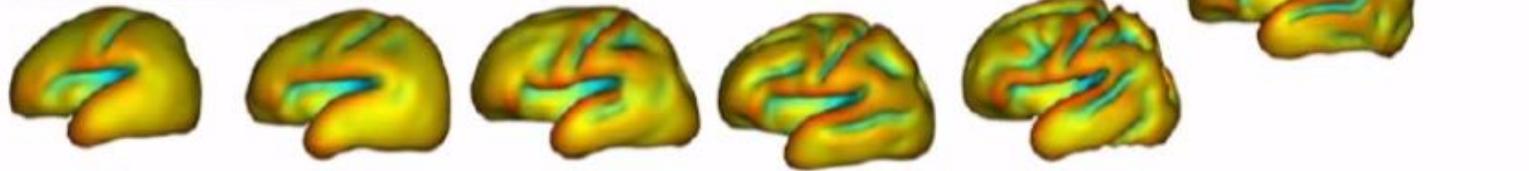
Faisceau unciné



Faisceau arqué



- Tous les grands faisceaux de connexions semblent en place
- De nombreux réseaux spécialisés sont déjà en activité.
- **Le bébé possède des « noyaux de connaissances »** pour les nombres, l'espace, les objets, les personnes...



Stanislas Dehaene

## Idée 2. Le cerveau est une formidable machine à apprendre.

(« Le bébé statisticien »,

cours au Collège de France, 2013)

Stanislas Dehaene

Le cerveau contient, dès la naissance, un **algorithme d'apprentissage statistique** extrêmement sophistiqué (apprentissage statistique Bayésien)

L'enfant se comporte comme « un scientifique au berceau (Gopnik):

- il dispose d'un jeu d'**hypothèses hiérarchiques**, qu'il projette sur le monde extérieur
- Il sélectionne ces hypothèses ou schémas mentaux en fonction de leur **plausibilité** au vu des expériences qu'il fait et dont il compile les statistiques.
- L'attention, la récompense, l'erreur, la curiosité, le sommeil, sont des éléments importants de cet algorithme encore imparfaitement compris.



Stanislas Dehaene

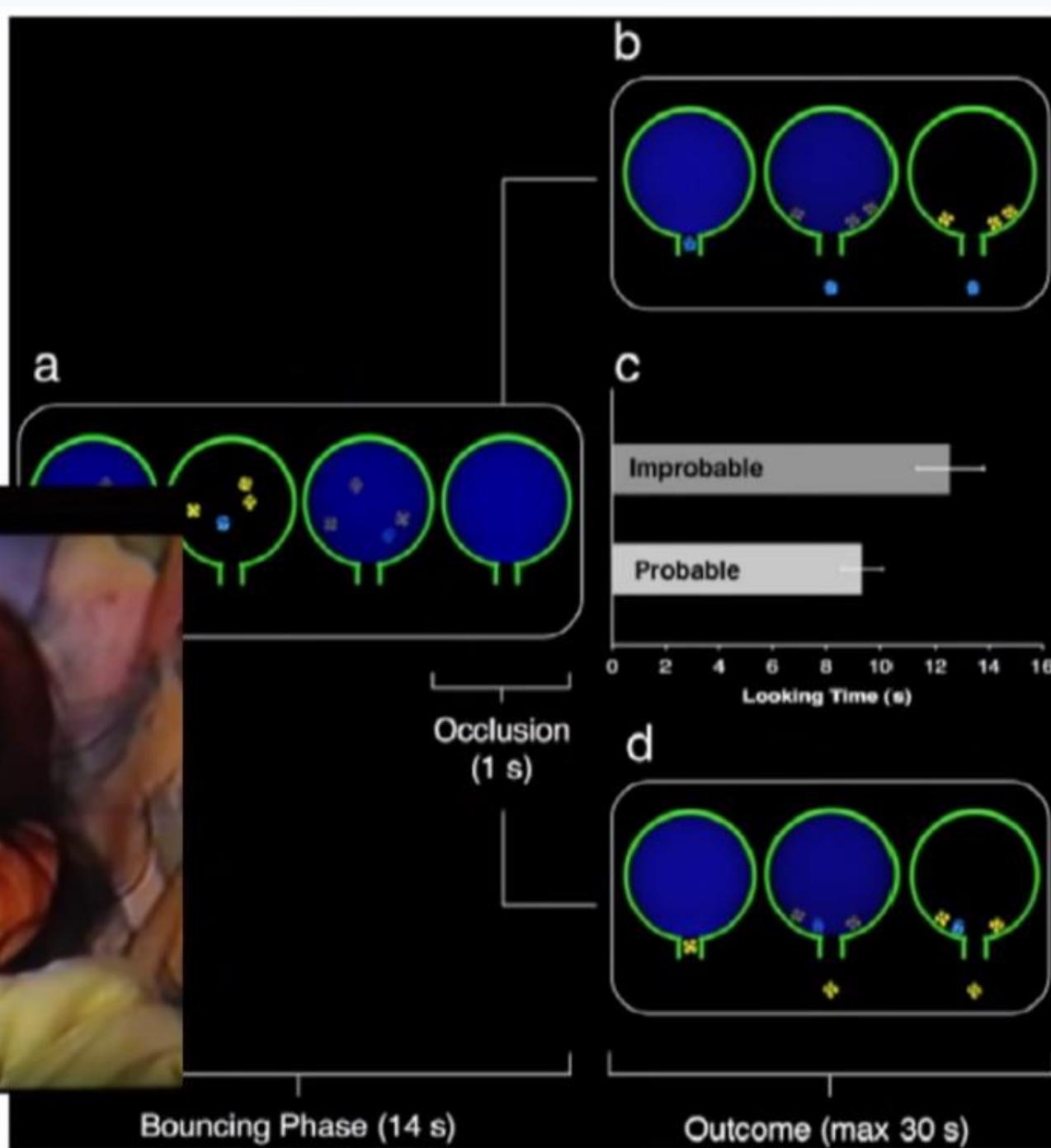
Xu, F., & Garcia, V. (2008). Intuitive statistics by 8-month-old infants. *Proc Natl Acad Sci U S A*, 105(13), 5012-5015.

Résultats:

Les bébés de 12 mois regardent plus longtemps l'événement improbable que l'événement probable.



Stanislas Dehaene



# *Le cerveau humain est bayésien*

*« Le cerveau humain semble posséder des algorithmes très spéciaux pour formuler des théories du monde extérieur.*

*Il parvient à extraire l'essentiel de la moindre observation en manipulant les probabilités*

*.*

*Il émet des hypothèses qu'il confronte à la réalité et ajuste ses modèles.*

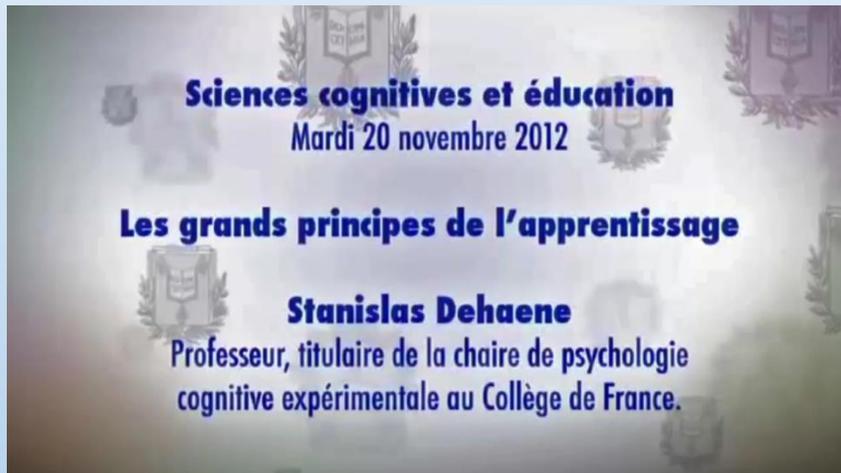
*En associant une incertitude à chaque information et en manipulant les probabilités, notre cerveau développe sa capacité d'apprentissage.*

# Apprentissage

## Élément essentiel de l'intelligence

Stanislas Dehaene

Apprentissage



Basket

