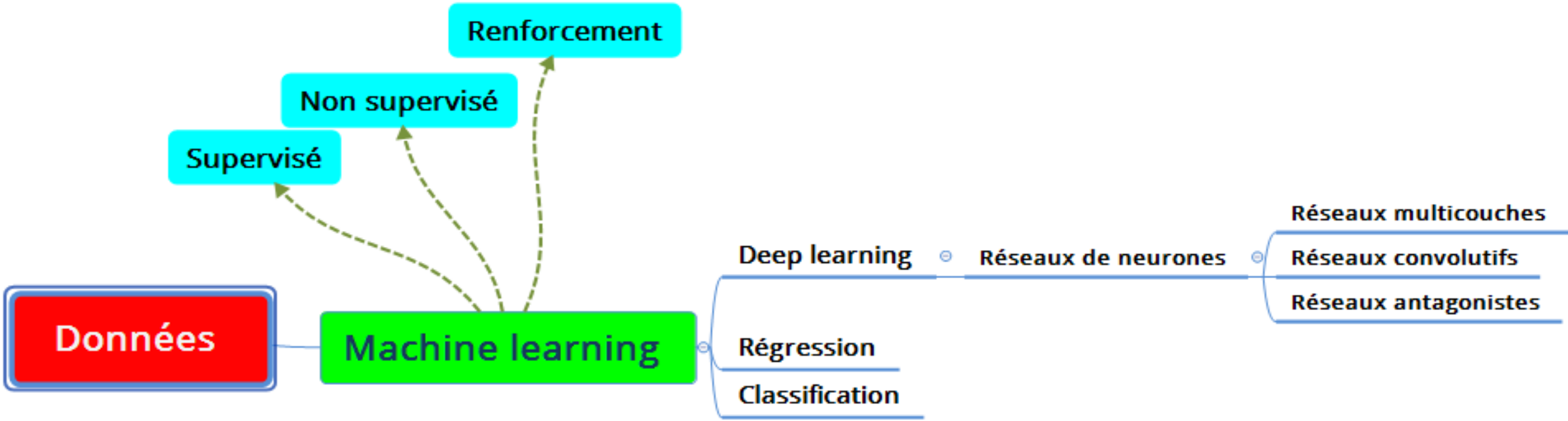
IA et Nous
Deep Learning
Réseaux de neurones

Plan

1. ***Le Neurone formel de McCulloch et Pitts***
2. ***Le Perceptron de Rosenblatt***
3. ***Le Perceptron Multicouche***
4. ***Améliorations du perceptron***
   - *Illustration*
5. ***Retour au multicouche***
   - *Illustration*
6. ***Démonstrations – Exemples – Exercices***

Apprentissage

Élément essentiel de l'intelligence



Les statistiques ou l'art d'extraire des connaissances des données

Le Cerveau

- *85 x 10^9 neurones - 85 Milliards*
- *10^4 Synapses/neurone ➔ 10^{15} synapses*
- *1,4 kg - 1,7 litres*
- *Cortex 2500 cm^3 - 2 mm épaisseur*
- *180 000 km de « câbles »*
- *250 millions de neurones par mm^3*
- *20 Watts*

L'apprentissage partie intégrante de l'intelligence

L'apprentissage modifie l'efficacité des synapses :

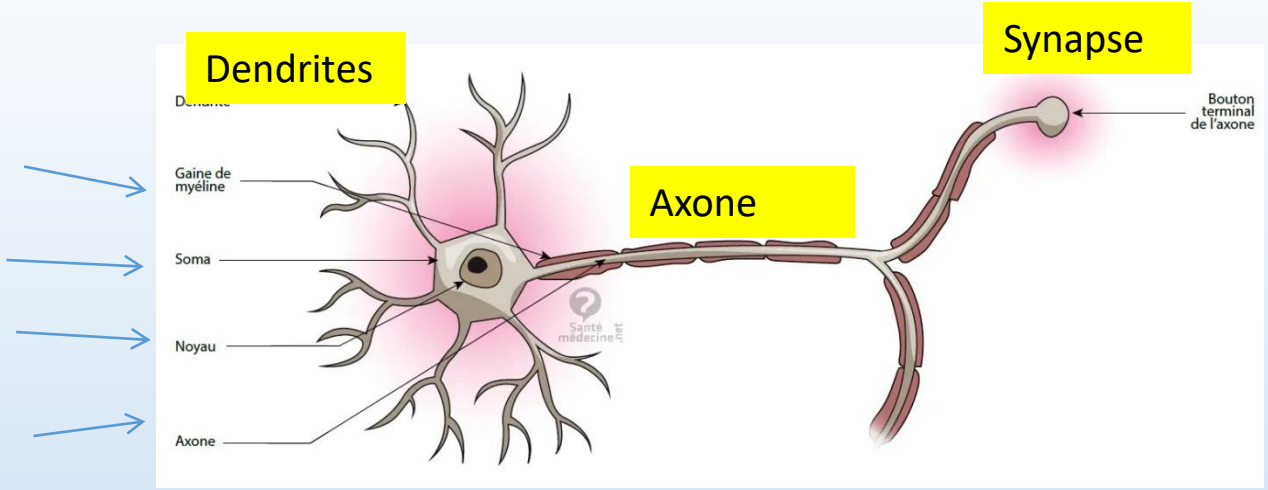
- *renforcement/affaiblissement*
- *apparition/disparition*

Le neurone formel

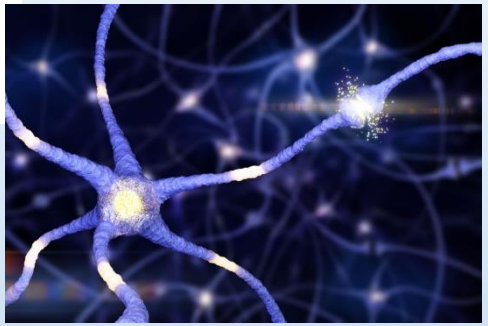
McCulloch et Pitts 1943

Modélisation neurone

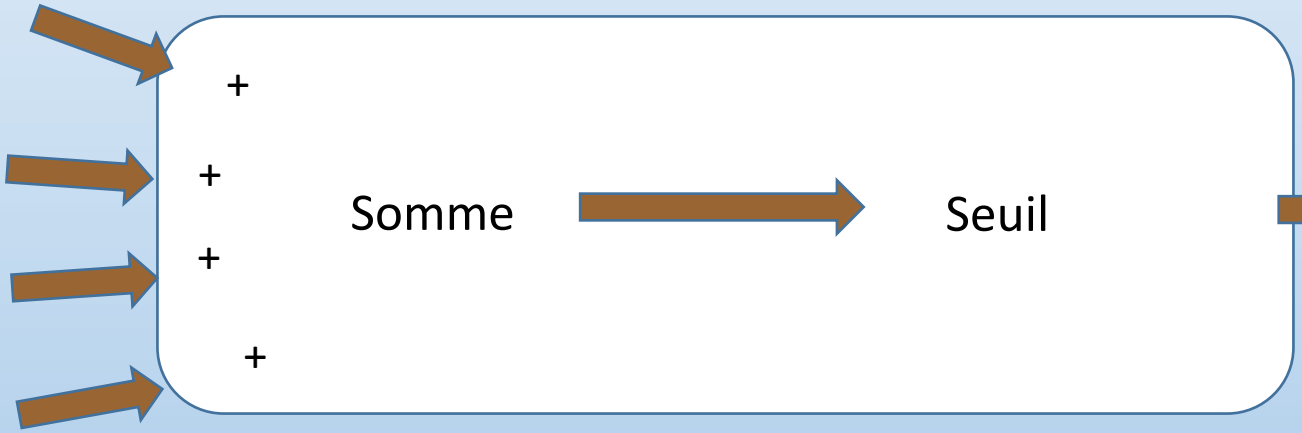
Signaux provenant d'autres neurones



Vers autres neurones



Signaux provenant d'autres neurones



Signal transmis si > seuil

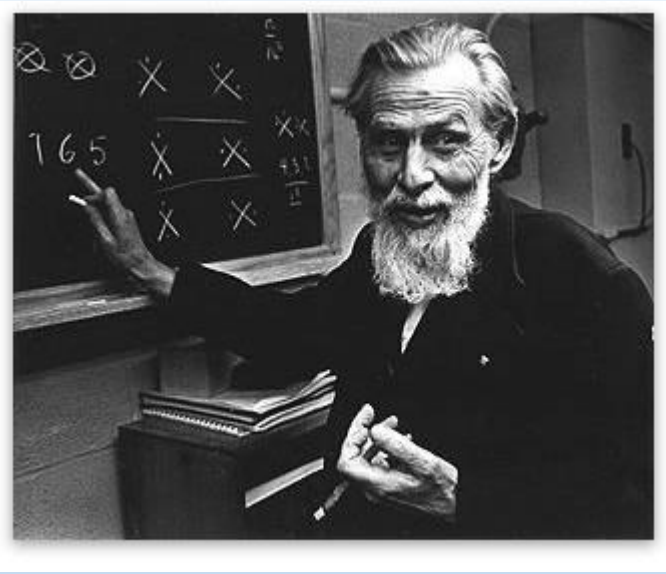
Renforcement de certains liens ➔ Apprentissage

Le neurone formel

McCulloch et Pitts 1943

Walter Pitts
Psychologue

Premier modèle mathématique et informatique du neurone biologique, proposé par Warren McCulloch et Walter Pitts en 1943. Il s'agit d'un neurone binaire, c'est-à-dire dont la sortie vaut 0 ou 1.
En étudiant l'analogie entre le cerveau humain et les machines informatiques universelles, ils montrèrent qu'un réseau (bouclé) constitué des neurones formels de leur invention a la même puissance de calcul qu'une machine de Turing.

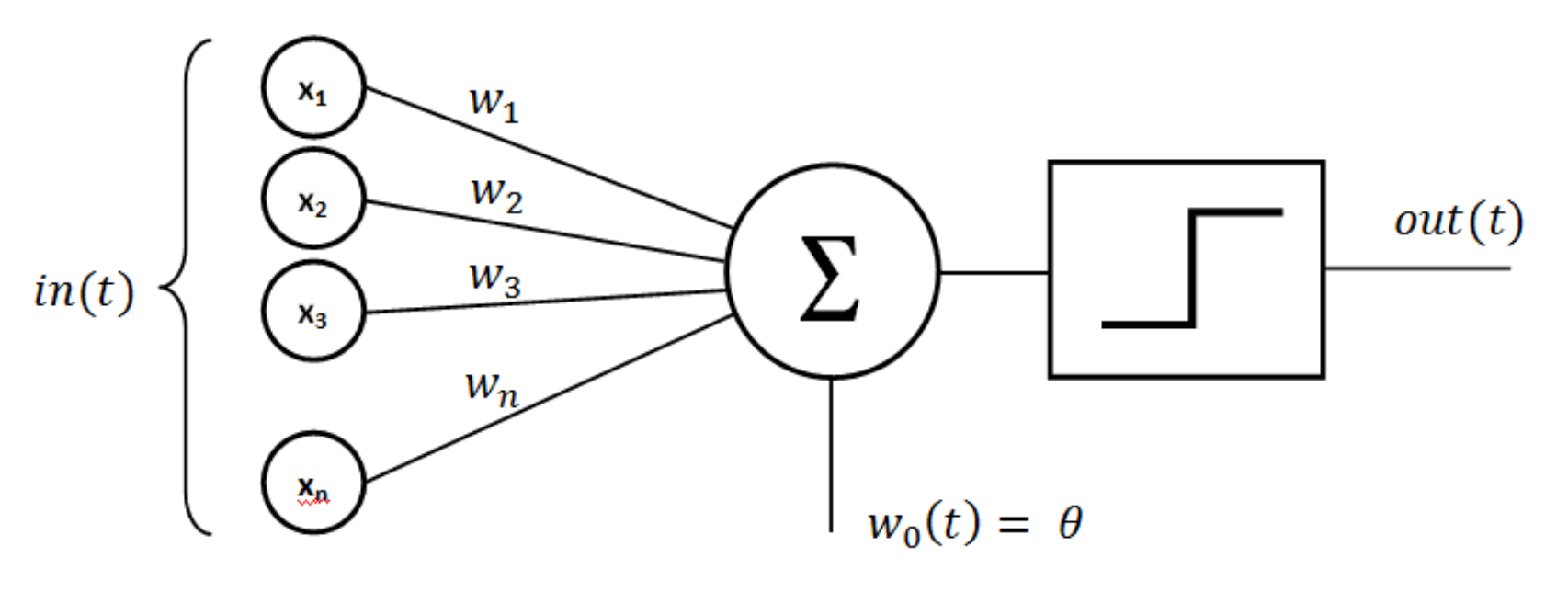


Warren McCulloch
Chercheur en neurologie

Le neurone formel

McCulloch et Pitts 1943

Neurone binaire



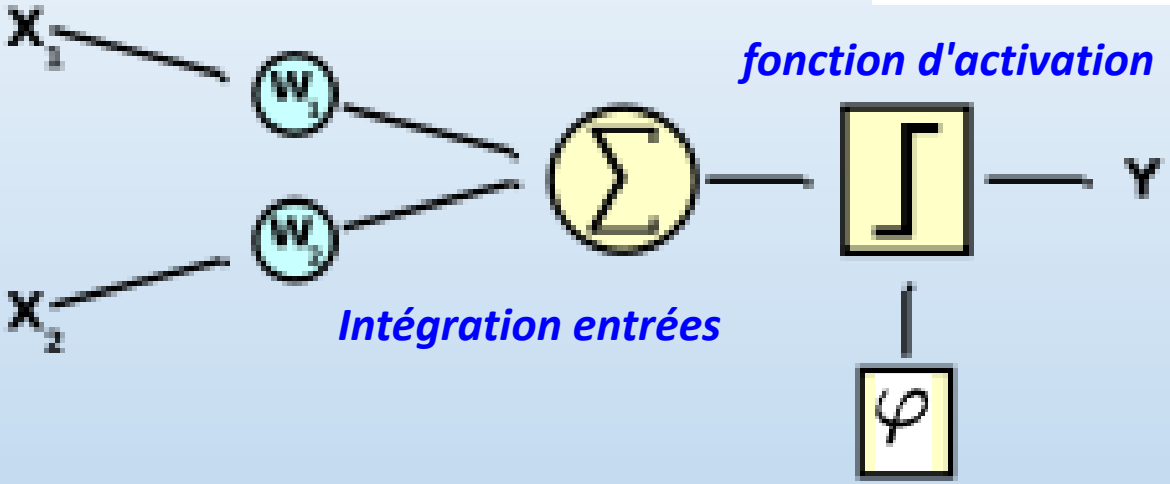
Sortie
0 ou 1

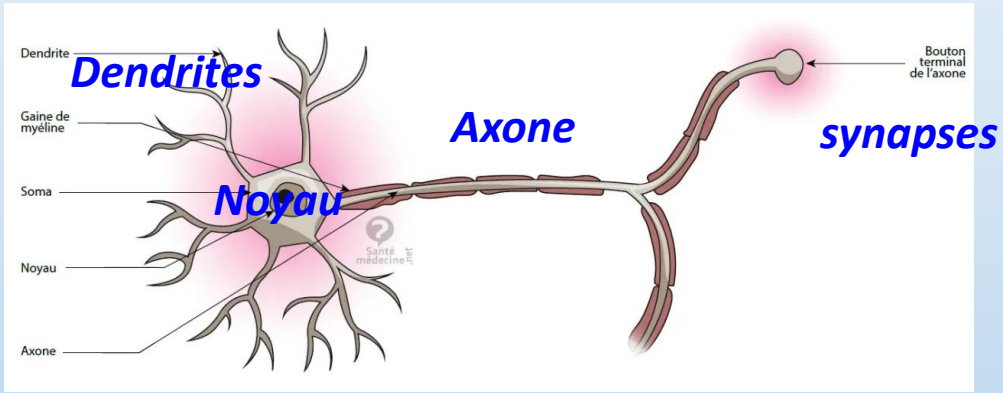
Le neurone formel

McCulloch et Pitts 1943

Neurone binaire

Dans le modèle de McCulloch et Pitts, à chaque entrée est associé un poids synaptique, c'est-à-dire une valeur numérique notée ***w1*** *pour l'entrée* ***1*** *jusqu'à* ***wm*** *pour l'entrée* ***m***



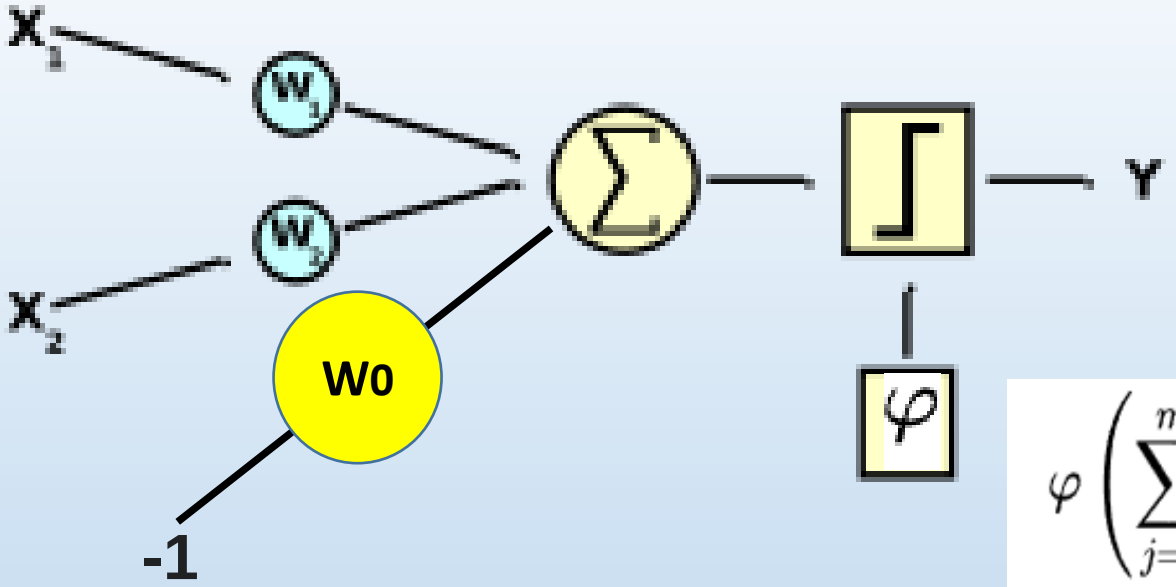


$$w_1 x_1 + \ldots + w_m x_m = \sum_{j=1}^{m} w_j x_j .$$

Neurone biologique	Neurone formel
Synapses	Poids des connexions
Axones	Signal de sortie
Dendrites	Signal d'entrée
Noyau ou Somma	Fonction d'activation

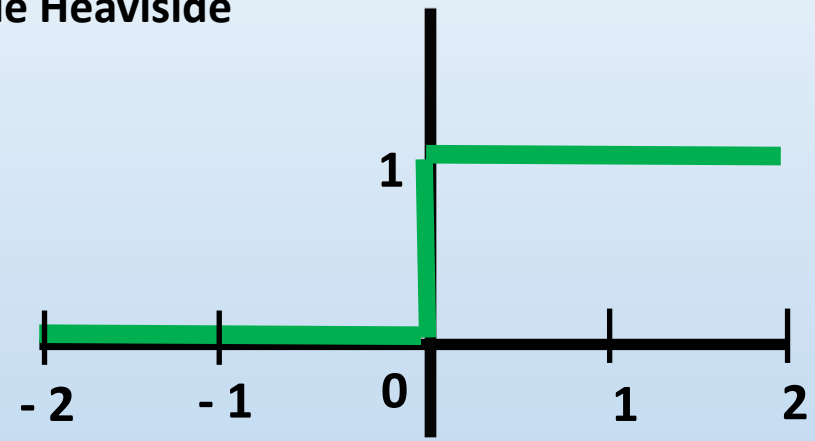
Le neurone formel

McCulloch et Pitts 1943



Le résultat est transformé par une ***fonction d'activation*** *non linéaire* φ
(parfois appelée fonction de sortie
Fonction de Heaviside

$$\varphi\left(\sum_{j=1}^{m} w_j x_j - w_0\right),$$



À cette grandeur s'ajoute un seuil ***w0***

Si la somme $\sum_{j=1}^{m} w_j x_j$ >= ***w0*** Y = 1, sinon Y= 0 :

W0 est donc le seuil d'activation du neurone, d'où le nom de neurone binaire

Le neurone formel

McCulloch et Pitts 1943

ThresHold Logic Unit

Au départ le modèle n'est conçu que pour traiter des entrées logiques donc à 0 ou à 1

***Mc Culloch et Pitts** ont montré que l'on pouvait reproduire les **fonctions booléennes** « ET « et « OU »*

H (x1 + x2 + w0) avec H fonction de Heaviside

Selon la valeur de W 0

-1 <= W 0 < 0

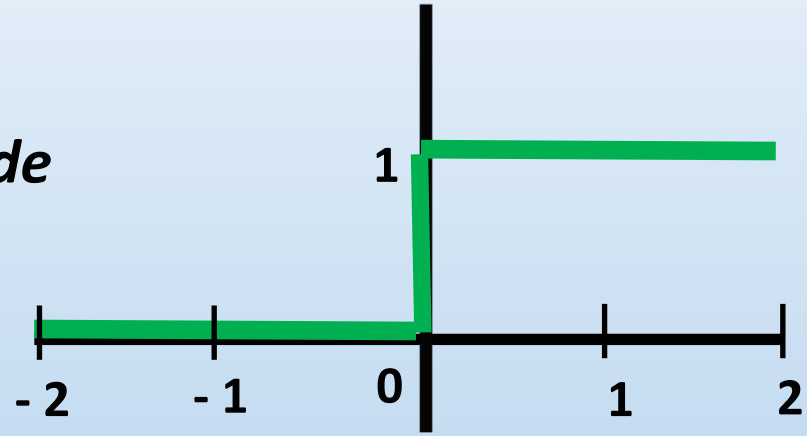
x_1/x_2	0	1
0	0	1
1	1	1

Porte OU

-2 <= W 0 < -1

x_1/x_2	0	1
0	0	0
1	0	1

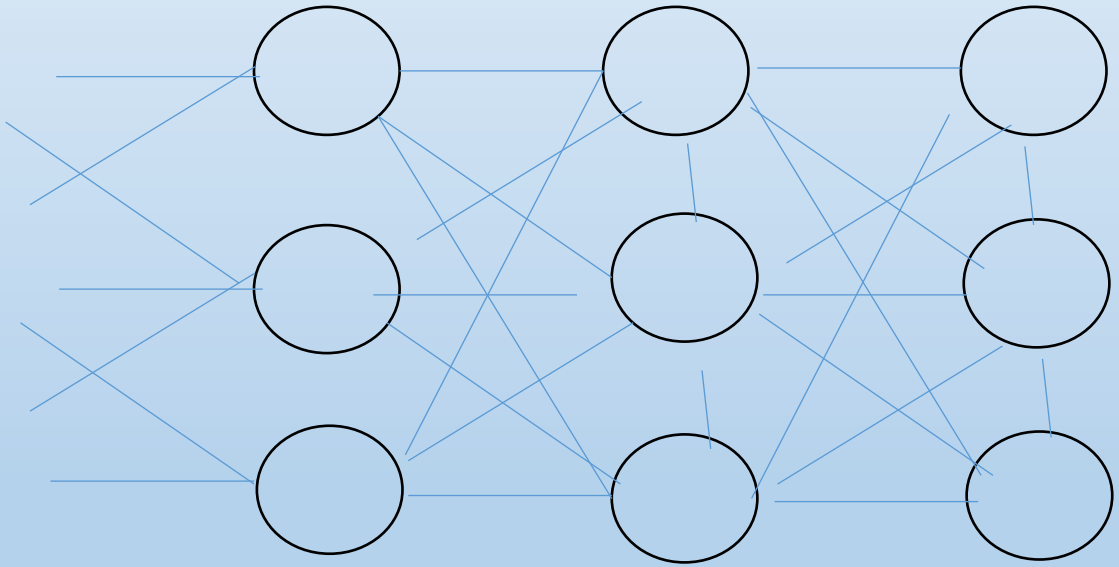
Porte ET



Le neurone formel

McCulloch et Pitts 1943

En combinant des neurones de McCulloch et Pitts,, on peut donc réaliser n'importe quelle fonction logique.
Quand on autorise en outre des connexions formant des boucles dans le réseau, on obtient un système avec la même puissance qu'une machine de Turing



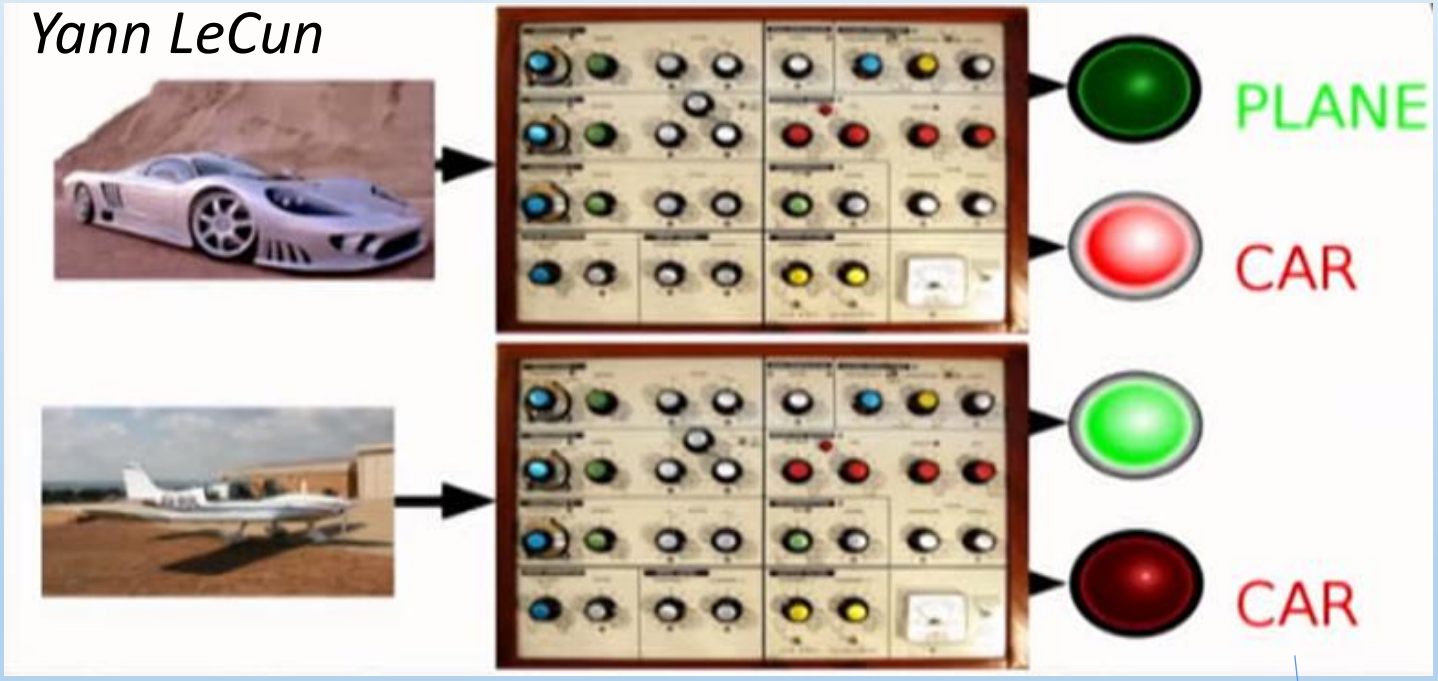
L'engouement fut donc extraordinaire voire démésuré
Certains imaginent que ces machines allaient être capables de remplacer le cerveau humain !!!

Le neurone formel

McCulloch et Pitts 1943

Mais même si ce modèle pose les bases de qui est encore aujourd'hui le Deep Learning, il a plusieurs lacunes dont :

- *il ne traite que des valeurs logiques*
- *il ne dispose pas d'algorithme d'apprentissage , ce qui nous oblige à trouver nous-mêmes les valeurs des « poids » Wi pour des applications du monde réel*



Perceptron

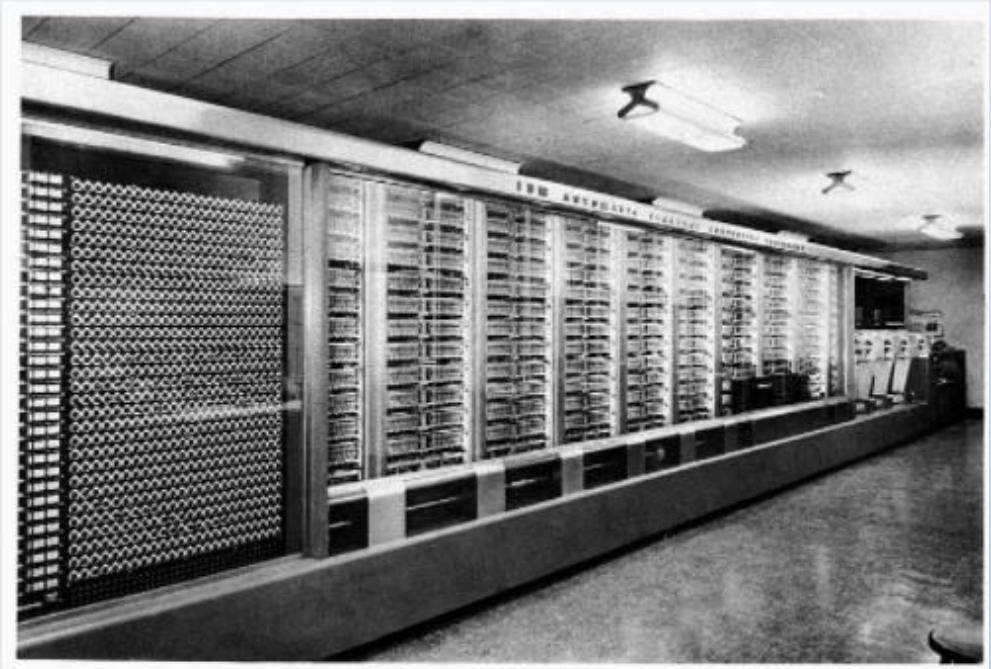
Rosenblatt 1957

Les progrès du connexionnisme

Frank Rosenblatt invente en 1957 le premier réseau de neurones artificiels à une seule couche : le Perceptron

Il implémente sur un IBM 704 le Perceptron et parvient à simuler le processus de mémorisation en appliquant la règle de Hebb.

Perceptron (1960)

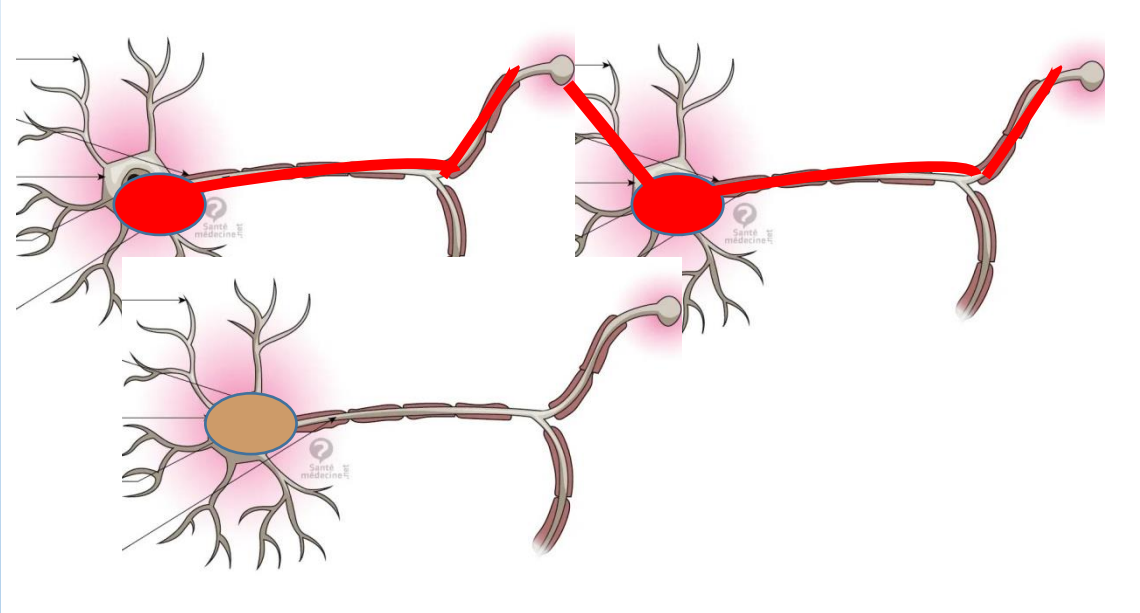


II Front View of the Calculator

Perceptron

Rosenblatt 1957

En 1957, un psychologue américain proposa le premier algorithme d'apprentissage ***Franck Rosenblatt*** *avec le* ***Perceptron***

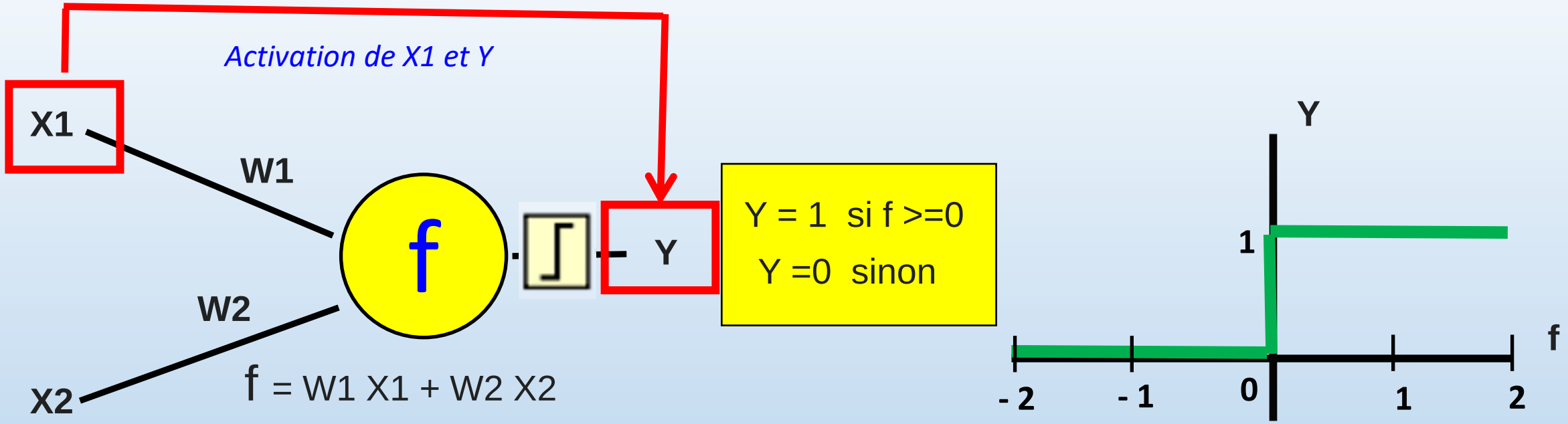


Il utilise la règle de Hebb :

Résumée par la formule : « des neurones qui s'excitent ensemble se lient entre eux. »
(cells that fire together, wire together).
Ils renforcent leurs connexions, leurs liens synaptiques : c'est ce que les neurosciences appellent la plasticité synaptique

Perceptron

Algorithme d'apprentissage



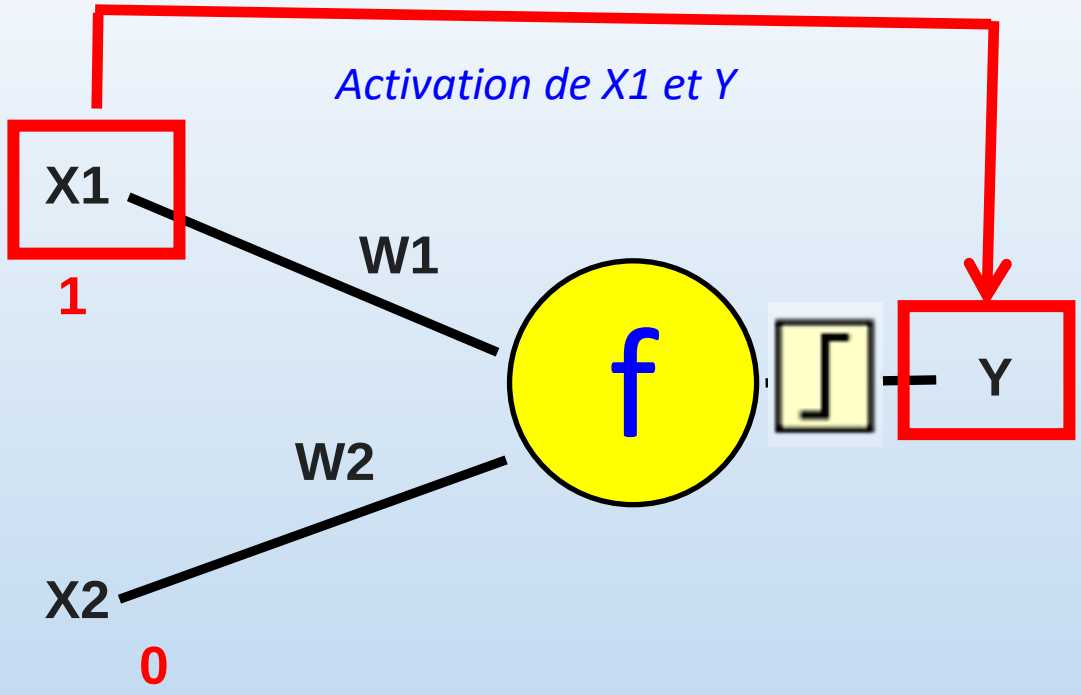
Formule de l'algorithme :

$W = W + a\,(Ytrue - Y)\,X$

Y true sortie de référence , ou attendue
Y Sortie produite
X Entrée

Perceptron

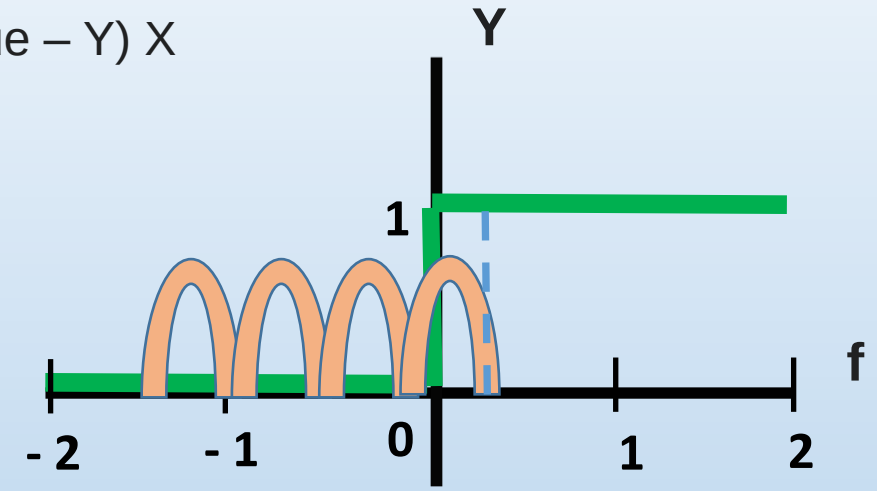
Algorithme d'apprentissage



W1 et W2 ?

W = W + a (Ytrue – Y) X

Ytrue = 1



Si Y = 0

W1 = W1 + a (1 – 0); W1= W1 + a

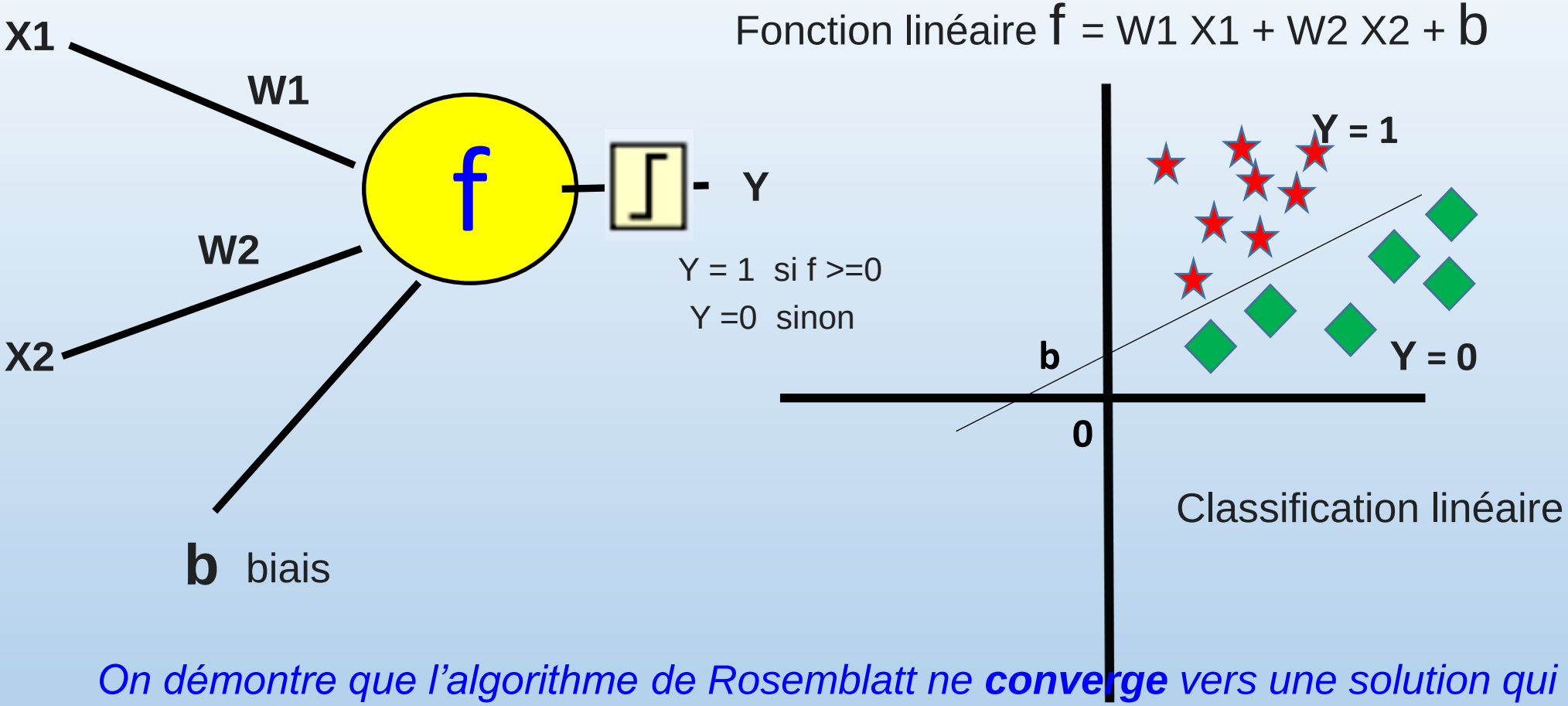
W2 = W2

Et ainsi de suite tant que Y = 0

W1 = W1+ a

Perceptron

Modèle linéaire



*On démontre que l'algorithme de Rosemblatt ne **converge** vers une solution qui dépend des conditions initiales que si les données d'entraînement sont **séparables linéairement***

Perceptron

Là encore , l'engouement fut extraordinaire voire démesuré.
Ce fut un boom
On pensait que, grâce au Perceptron, on pourrait réaliser des machines capables d'écrire, de parler, de marcher, voire même d'avoir une conscience !!!

En 1969*, *Marvin Minsky et Seymour Papert *montrent que les neurones formels ne peuvent enregistrer que des données* ***linéairement séparables****.*
En particulier, un neurone formel ne peut simuler la fonction ***OU exclusif (XOR)***
Or, une grande partie des phénomènes de notre univers ne sont pas linéaires

➔ *le perceptron simple n'a donc pas trop d'intérêt*

Les travaux sur les réseaux de neurones s'arrêtent quasi totalement pendant 10 ans

Premier Hiver de l'IA 1970 -1980 Quasiment plus d'investissements pendant 10 ans

Le Perceptron Multicouche

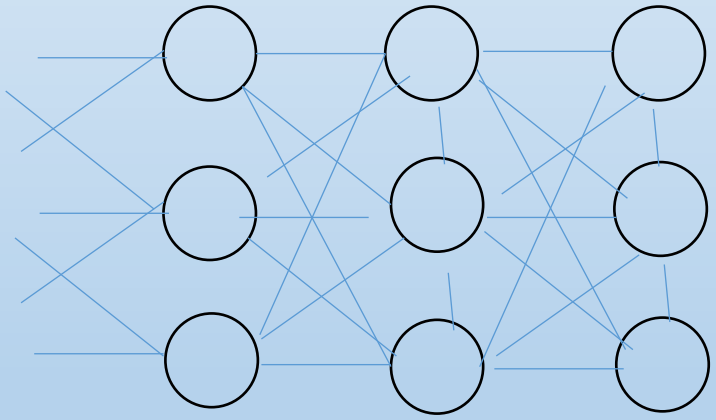
Réseau neuronal « feed-forward »

La renaissance du connexionnisme

Au début des ***années 80****, redémarrage de travaux sur les* ***réseaux de neurones***

En ***1986****,* ***Geoffrey Hinton****, un des pères du* ***Deep Learning****, développe le* ***Perceptron multicouches***

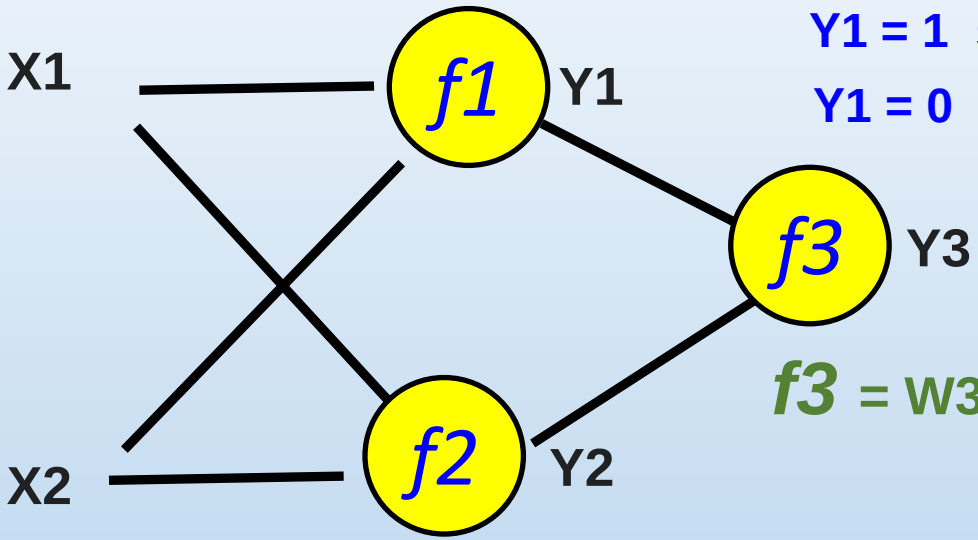
Idée : en connectant ensemble plusieurs neurones, on devrait pouvoir résoudre des problèmes plus complexes et représenter toute fonction



Le Perceptron Multicouche

Association de 3 neurones

$f1 = W11\ X1 + W12\ X2 + b1$



Y1 = 1 si *f1* >=0

Y1 = 0 sinon

$f3 = W31\ Y1 + W32\ Y2 + b3$

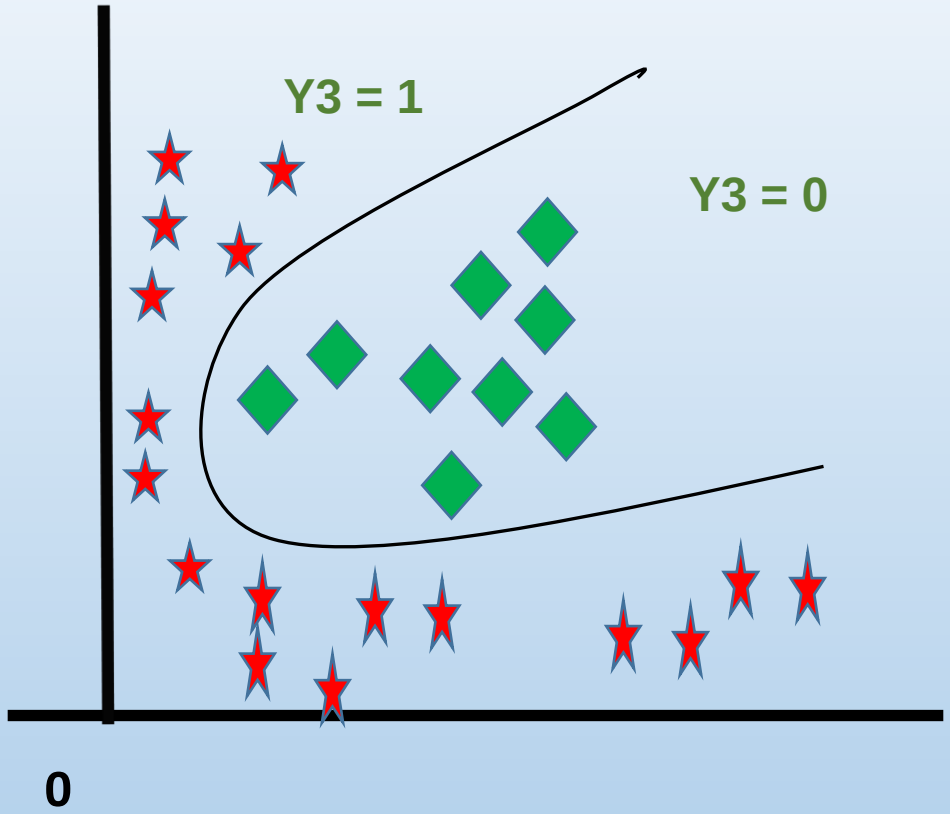
Y3 = 1 si *f3* >=0

Y3 = 0 sinon

$f2 = W21\ X1 + W22\ X2 + b2$

Y2 = 1 si *f2* >=0

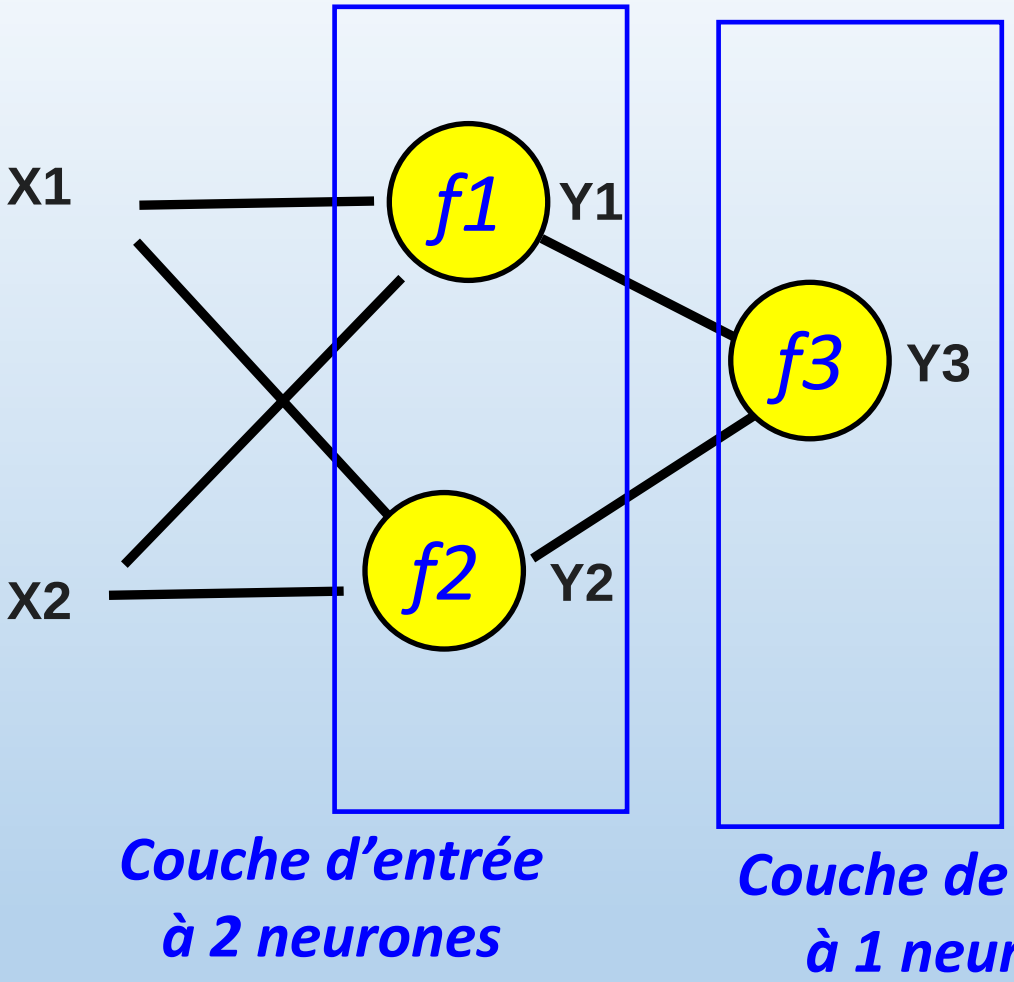
Y2 = 0 sinon

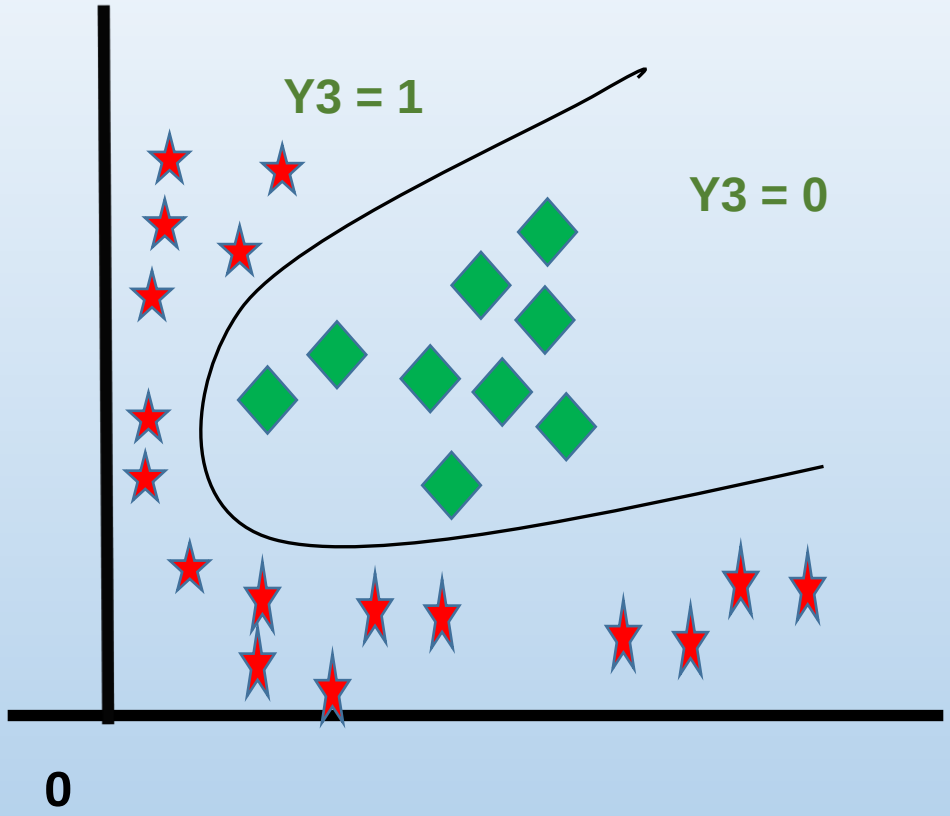


Modèle non linéaire

Le Perceptron Multicouche

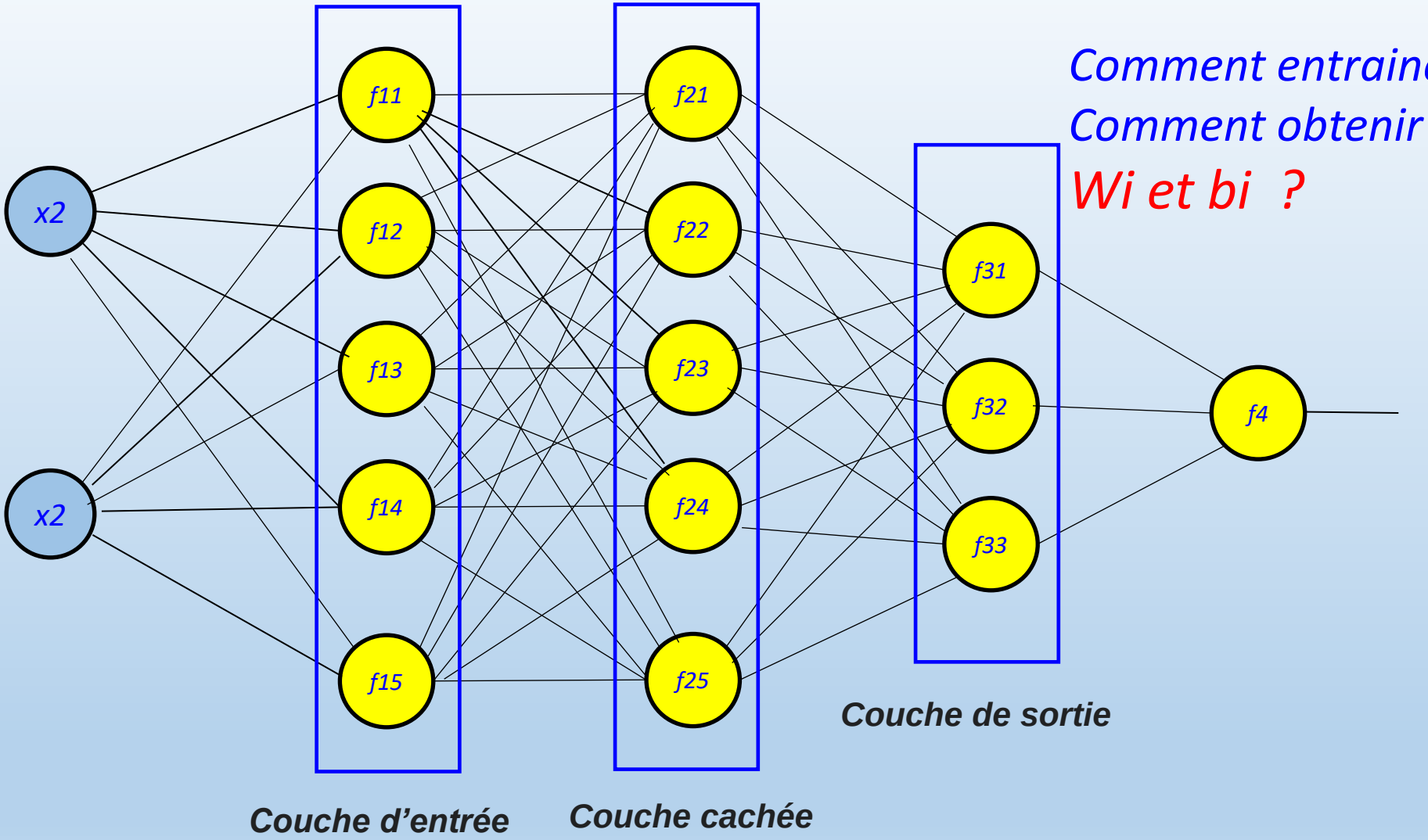
Association de 3 neurones





Le Perceptron Multicouche

Généralisation



Comment entrainer ce modèle ?

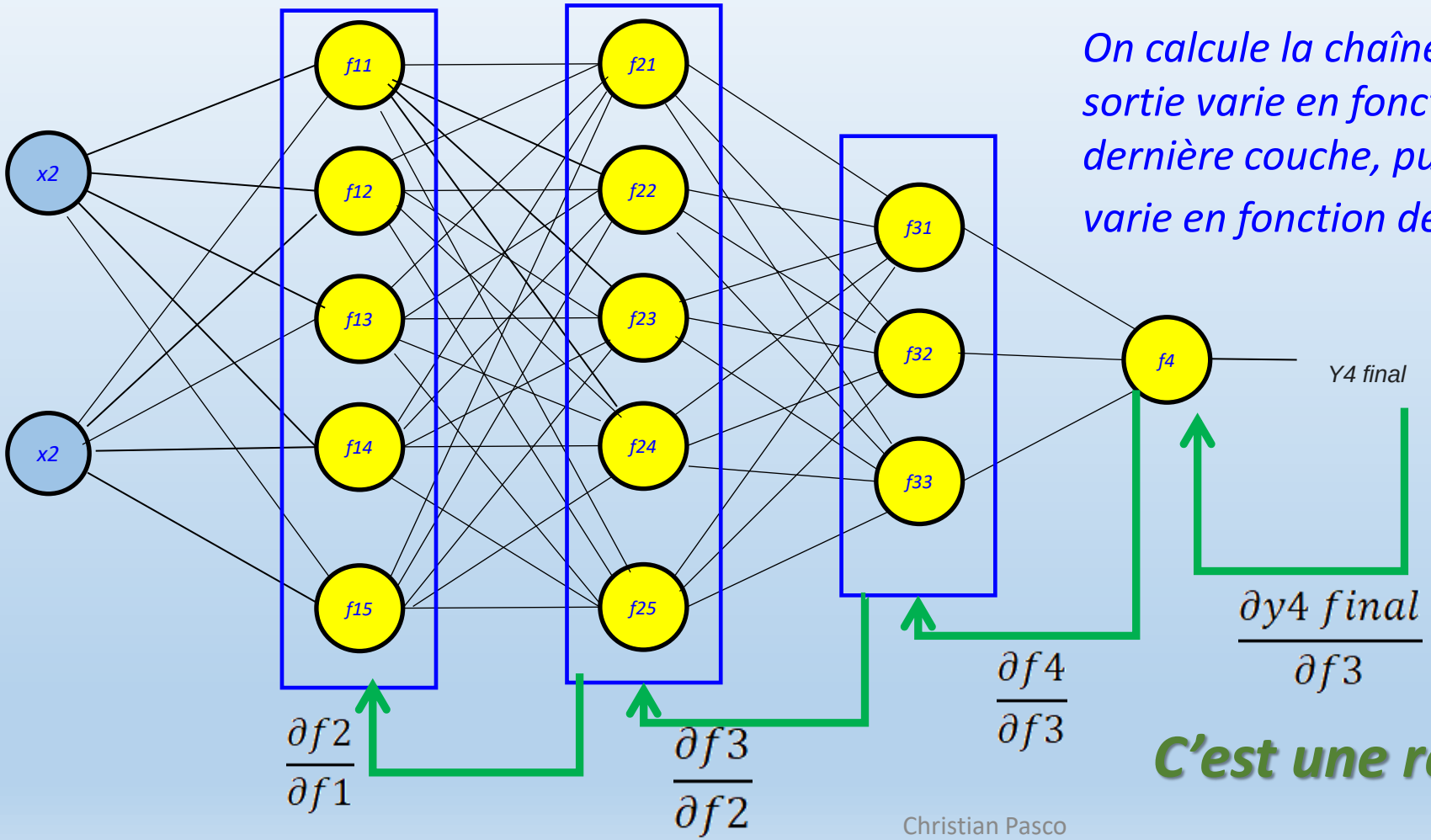
Comment obtenir les paramètres

Wi et bi ?

Le Perceptron Multicouche

1989 La rétropropagation (Backpropagation)

*Déterminer **comment la sortie varie en fonction des paramètres** de chaque couche du modèle*



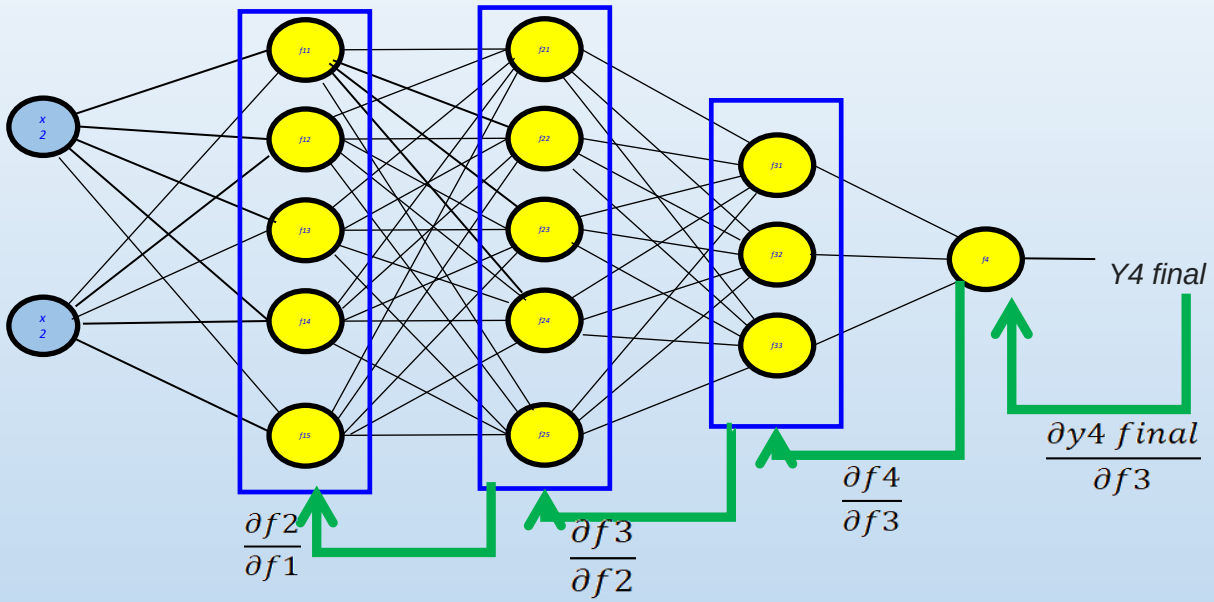
On calcule la chaîne de gradients, i.e. comment la sortie varie en fonction des paramètres de la dernière couche, puis comment la dernière couche varie en fonction de l'avant dernière etc.

C'est une rétropropagation

Le Perceptron Multicouche

La descente de gradient

$$w = w - a \frac{\partial Erreur}{\partial w}$$



Comment calculer ces erreurs ?

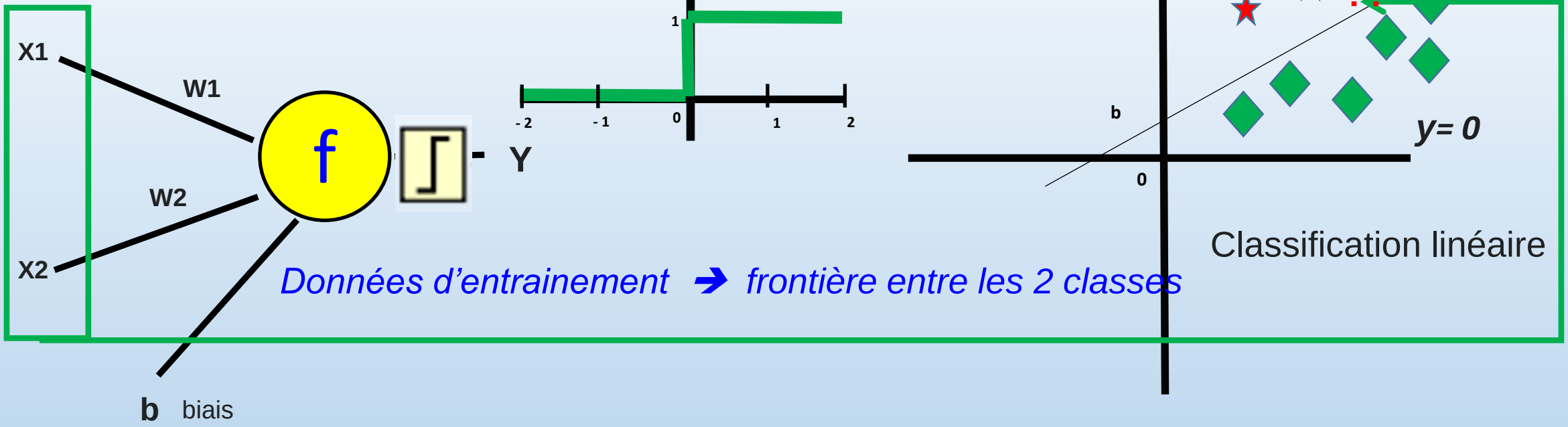
Comment obtenir les paramètres Wi et bi?

*En **1989, Rumelhart** McClelland, psychologues, publient largement sur le Traitement Parallèle Distribué et la **rétropropagation de gradient**.*

Retour sur le perceptron
Améliorations

Retour sur le perceptron

Fonction linéaire z(x1,x2) = w1 x1 + w2 x2 + b



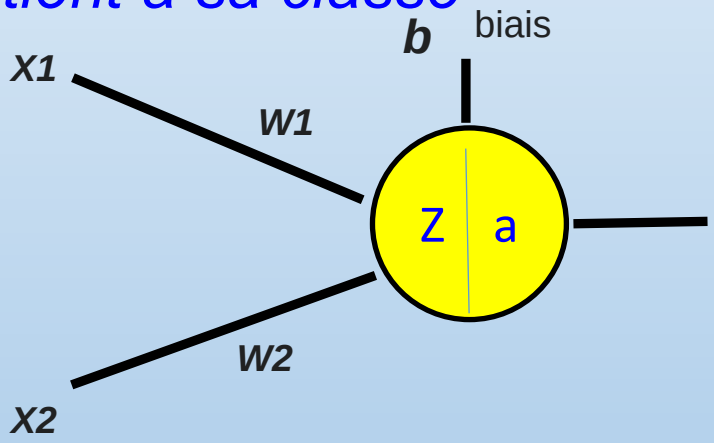
Données d'entrainement ➔ frontière entre les 2 classes

Prévision : à quelle classe appartient un jeu de données x ?
Dans y =0 ou y=1 ?

Retour sur le perceptron

Pourrait on améliorer le modèle pour qu'il nous fournisse une information plus précise ?

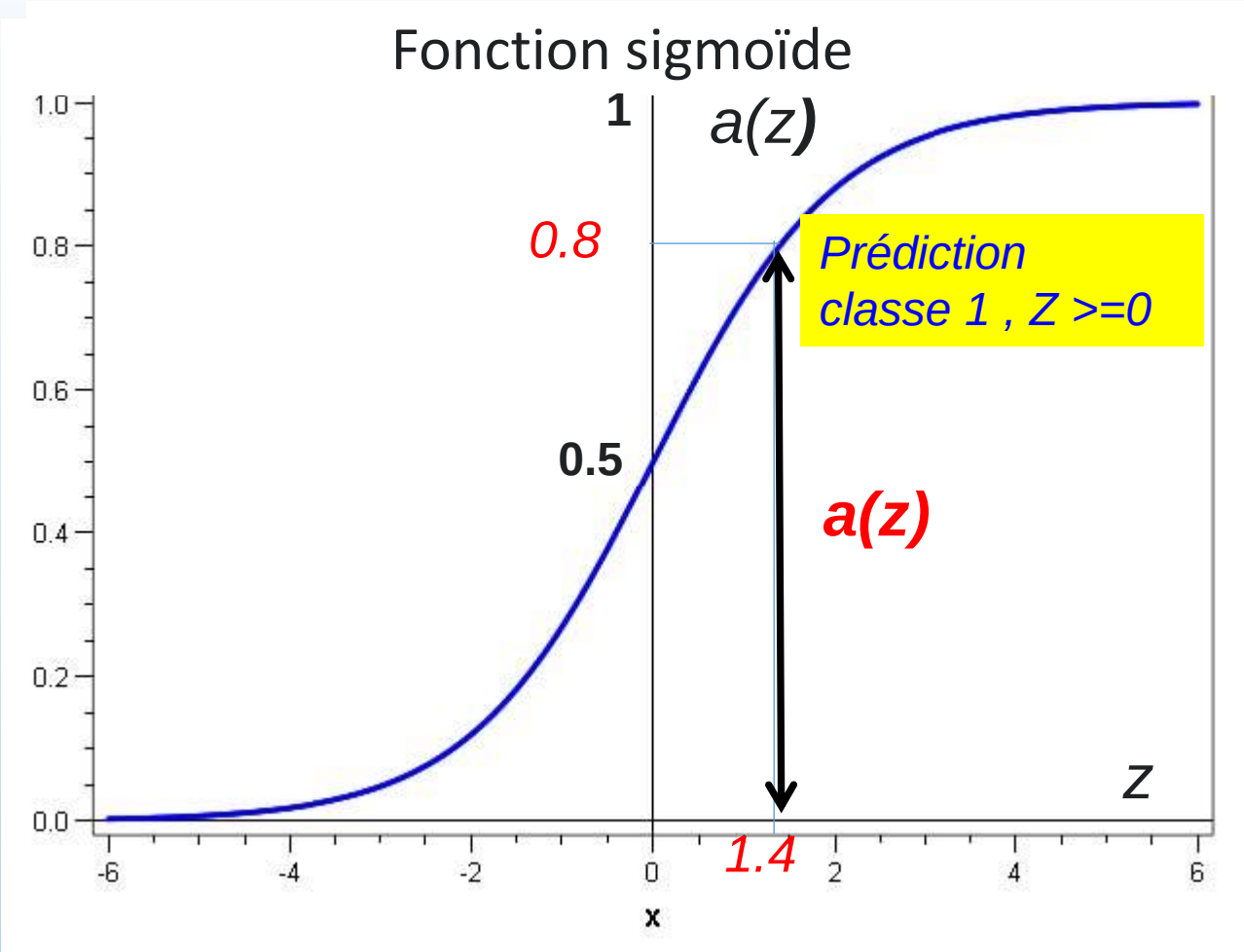
En effet, si une donnée se situe à la frontière de séparation, il y a une incertitude sur le résultat binaire 0 ou 1
Plus une donnée est éloignée de la frontière de décision, plus il est probable qu'elle appartient à sa classe



y = 0 ou 1 selon a(z)

z(x1,x2) = w1 x1 + w2 x2 + b

Amélioration du perceptron



$z(x1,x2) = w1\ x1 + w2\ x2 + b$

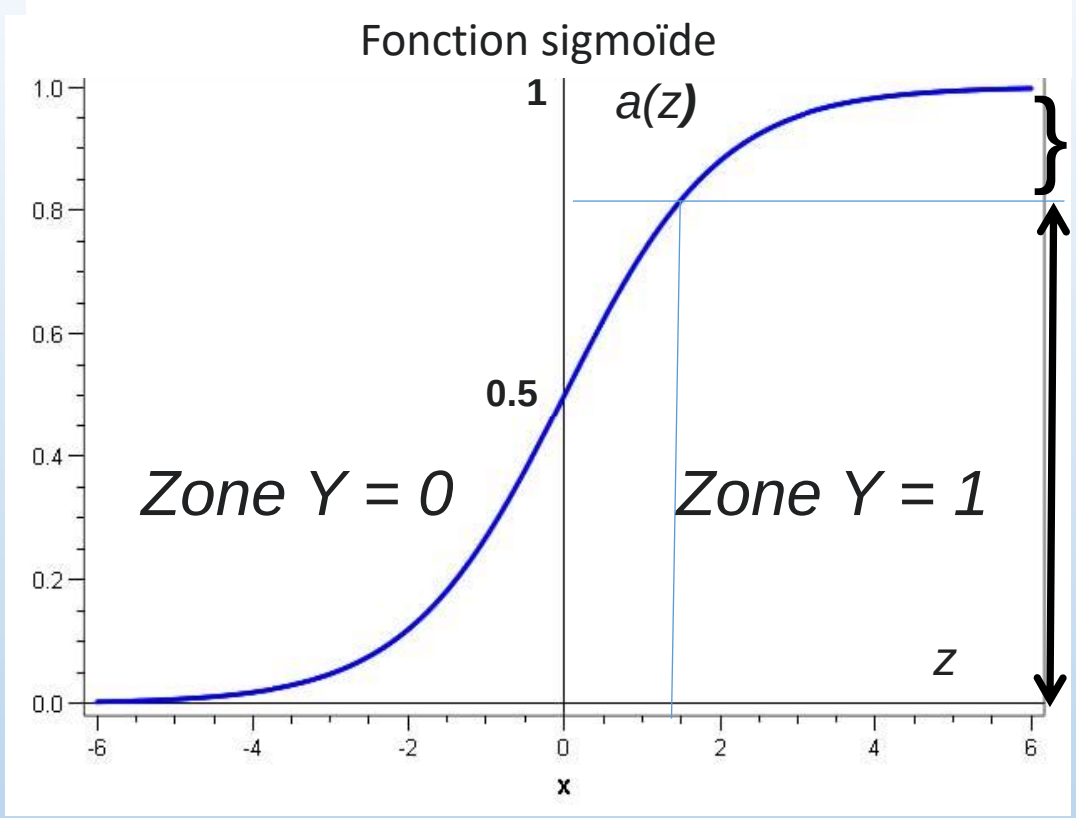
Fonction sigmoïde

$$a(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

Pour la sortie z, la fonction sigmoïde renvoie ***la probabilité a(z)*** *que la sortie z appartienne à la classe 1*

La probabilité *que la sortie z appartienne à la classe 0 est : 1-a(z)*

Amélioration du perceptron



1-a(z)

a(z)

Y = 1 si a(z) >= 0,5

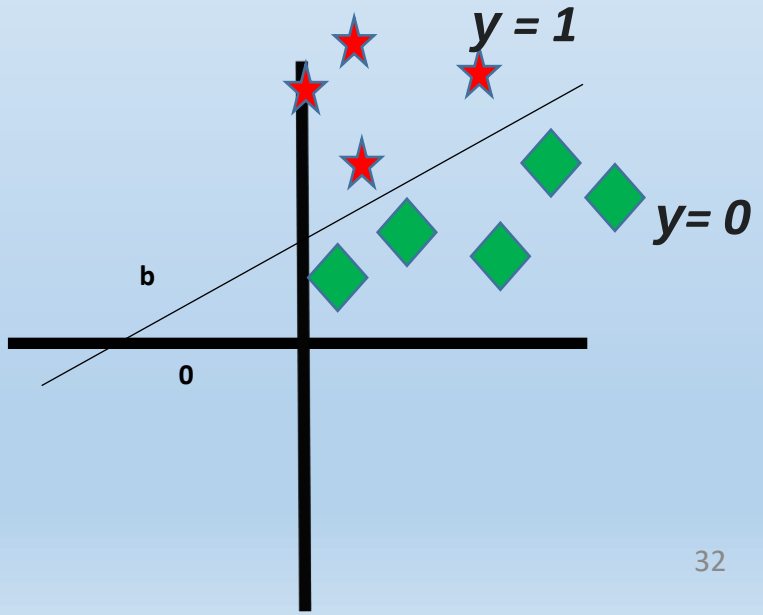
Y =0 sinon

Probabilité
Loi de Bernouilli

$$P(Y = y) = a(z)^{y} \, X \, (1 - a(z))^{1-y}$$

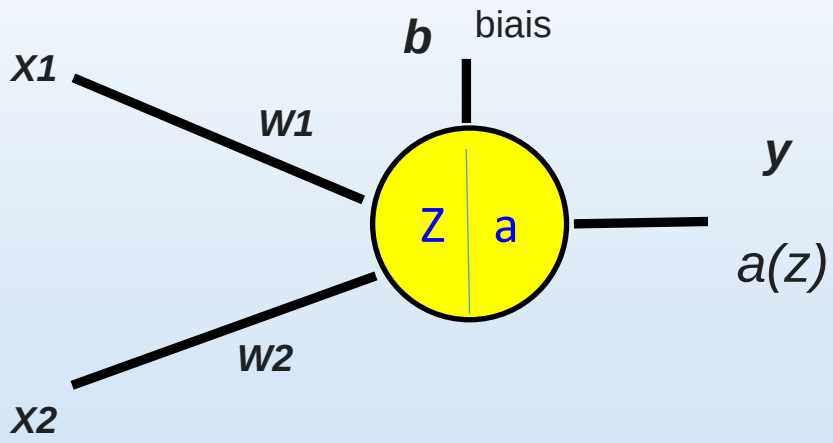
$$P(Y = 1) = a(z)$$

$$P(Y = 0) = 1 \, X \, (1 - a(z))$$



Amélioration du perceptron

Résumé

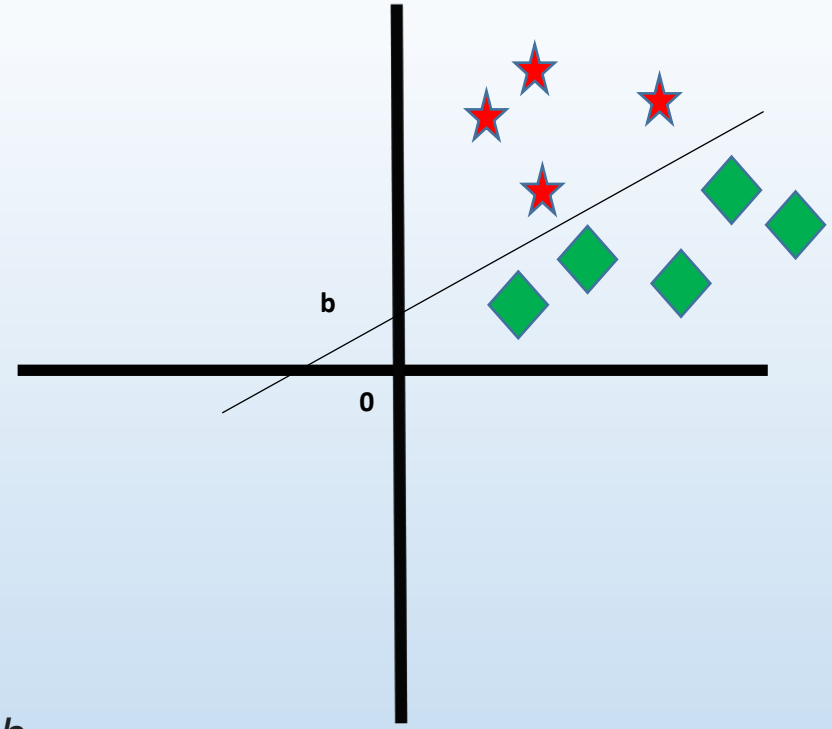


y

Y = 1 si a(z) >= 0,5

Y =0 sinon

a(z)



Perceptron monocouche

Fonction linéaire z $z(x1,x2) = w1\ x1 + w2\ x2 + b$

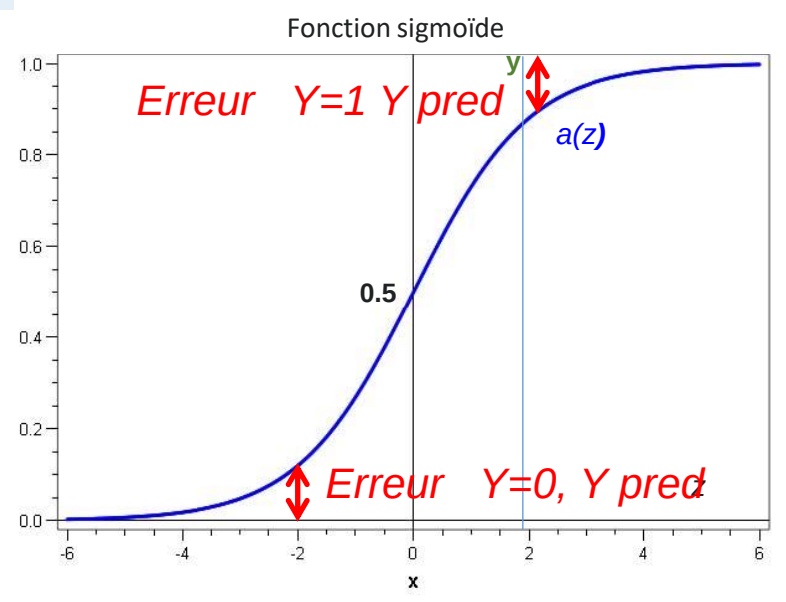
Fonction d'activation a $a(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$ *Sigmoïde*

Retourne une probabilité P $P(Y = y) = a(z)^y\ X\ (1 - a(z))^{1-y}$ *Loi de Bernouilli*

Calcul de l'erreur du modèle

Fonction de coût

Il s 'agit maintenant de calculer l'erreur entre le résultat produit par la fonction d'activation a(z) et la valeur réelle Y



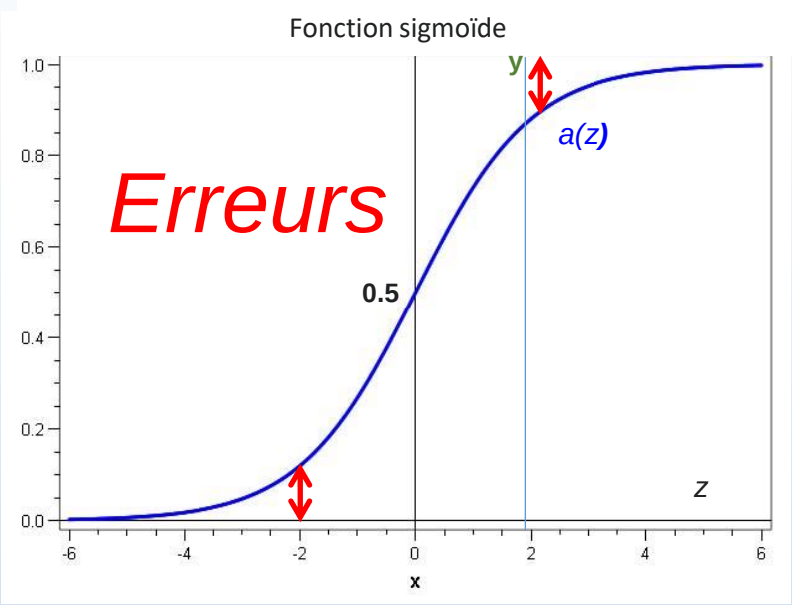
En Machine Learning, c'est le rôle de la fonction de coût

On a

- *un jeu de m données étiquetées Y =0 ou Y=1*
- *les sorties a (z)*
- *les erreurs*

Calcul de l'erreur du modèle

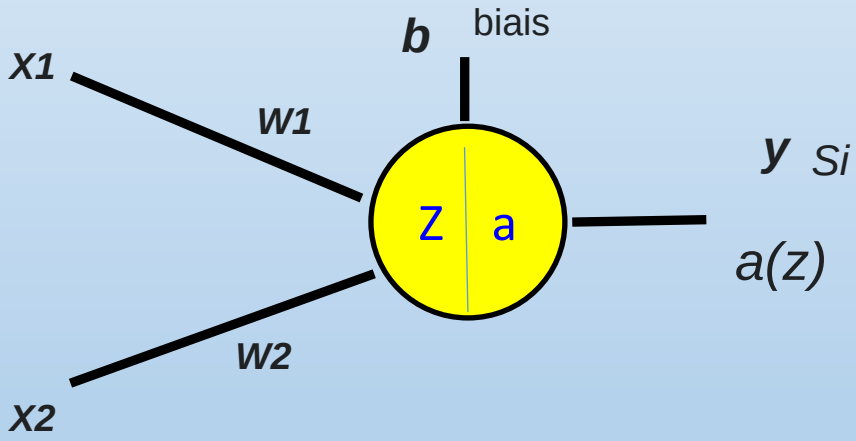
Fonction de coût



En machine Learning on utilise la fonction ***Log Loss***

Log Loss $$L = -\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} y_i \log(a_i) + (1 - y_i)\log(1 - a_i)$$

- *m = nombre de données*
- *yi = donnée d'entrée n° i*
- *ai = sortie produite n° i*



y *Si a(z) > 0,5 alors y =1*

a(z)

Pourquoi ? D'où cela vient ?

Fonction de coût

Vraisemblance

La vraisemblance indique la plausibilité du modèle vis-à-vis de vraies données

*Si pour une donnée étiquetée de classe 1, le modèle sort une probabilité de 80%, alors le modèle est **vraisemblable** à 80%*

*Pour qualifier la plausibilité d'un modèle, on **multiplie les probabilités** :*

Likelihood
Vraisemblance

$$L = \prod_{i=1}^{m} P(Y = y_i) \quad L = \prod_{i=1}^{m} a_i^{y_i} \times (1 - a_i)^{1-y_i}$$

Loi de Bernouilli

Fonction de coût

Vraisemblance et Log Loss

On va chercher à maximiser la vraisemblance

Pour les calculs il va être plus facile d'utiliser le log : additions au lieu de multiplications:

$$L = \prod_{i=1}^{m} a_i^{yi} \times (1 - a_i)^{1-y_i}$$

Log Likelihood

Log de la Vraisemblance

$$LL = log \prod_{i=1}^{m} a_i^{yi} \times (1 - a_i)^{1-y_i}$$

Log Likelihood $$LL = \sum_{i=1}^{m} y_i log\, a_i + (1 - y_i) log(1 - a_i)$$ *À maximiser*

Log Loss $$L = -\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} y_i \log(a_i) + (1 - y_i) \log(1 - a_i)$$ *À minimiser*

Algorithme de descente de gradient

Minimiser les erreurs du modèle

Algorithme de descente de gradient

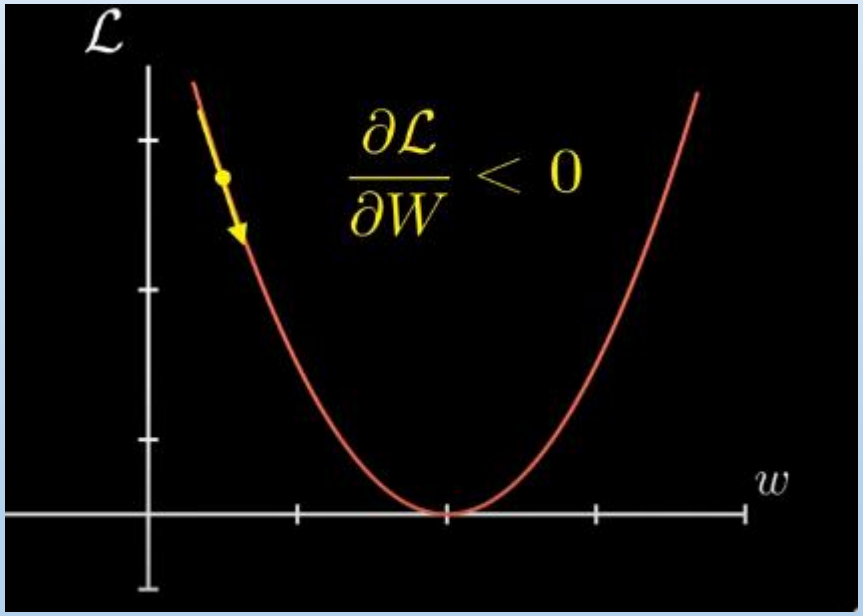
Minimiser les erreurs du modèle

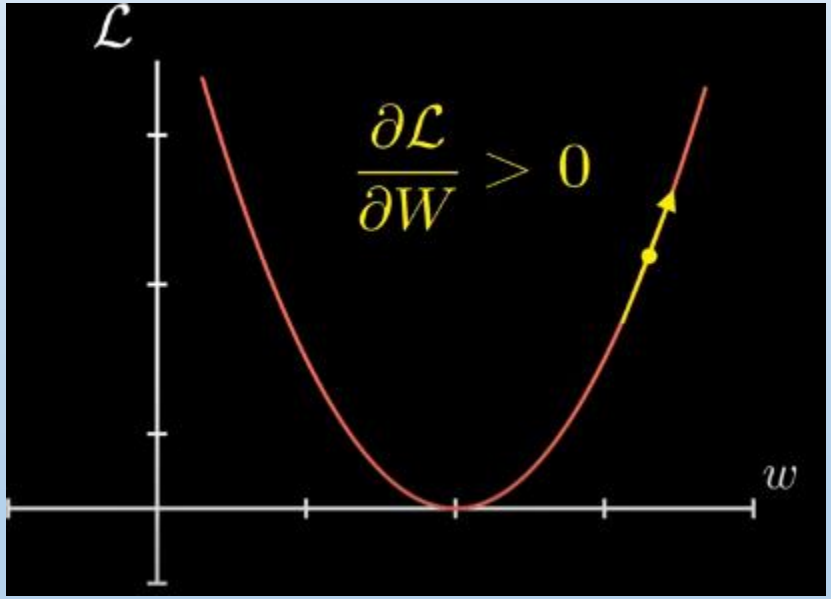
On va donc chercher à minimiser les erreurs du modèle en minimisant la fonction de coût Log Loss

Il faut donc déterminer comment elle varie en fonction des différents paramètres

w et b

C'est pourquoi on calcule un gradient ou la dérivée de la fonction de coût Log Loss:

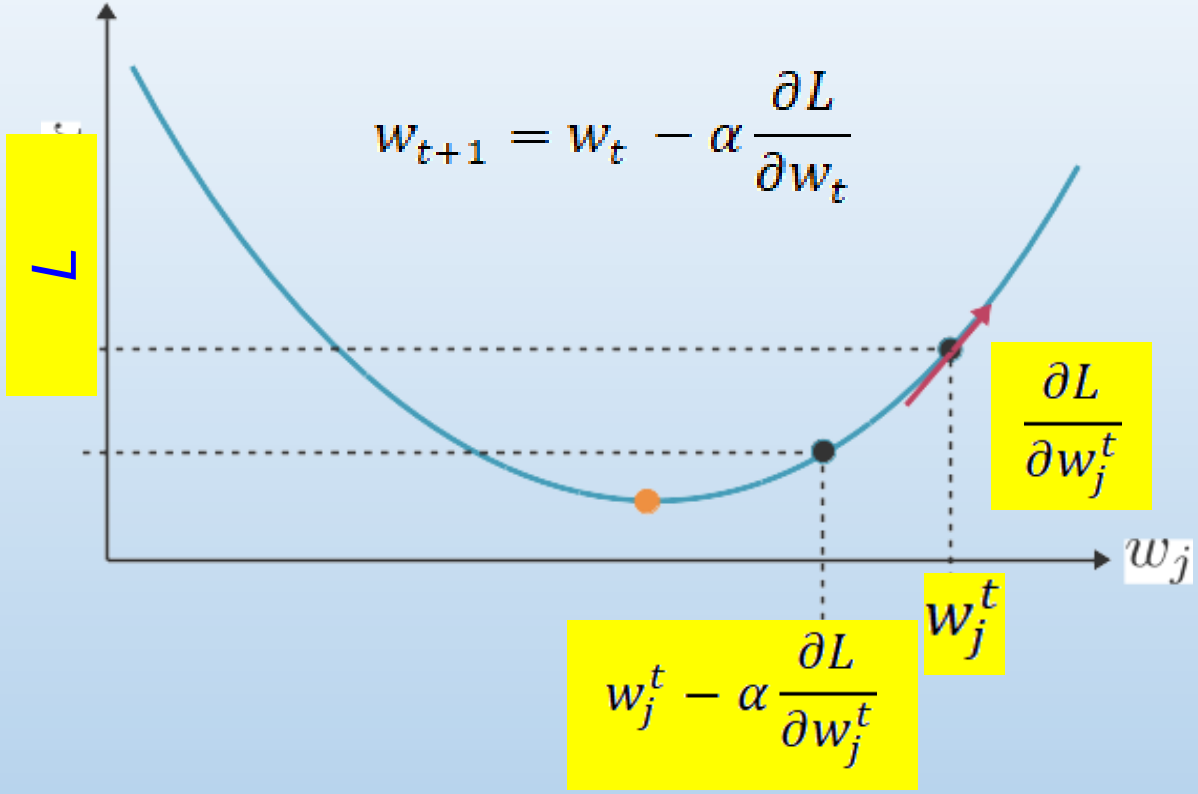


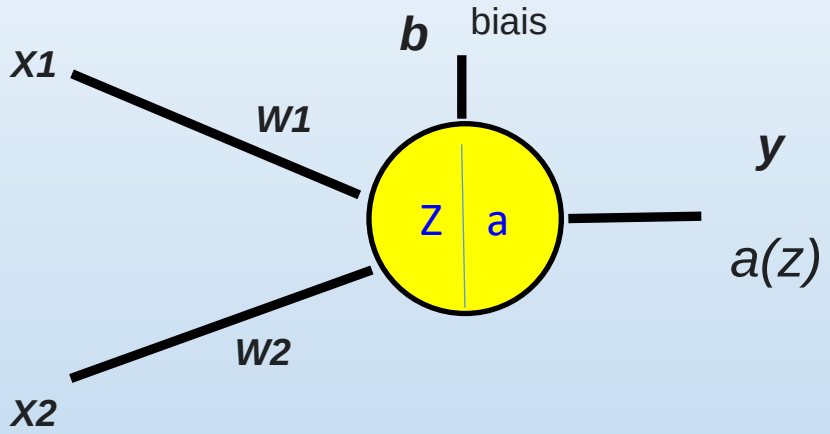


Algorithme de descente de gradient

Minimiser les erreurs du modèle

Minimisation de la fonction de coût Log Loss



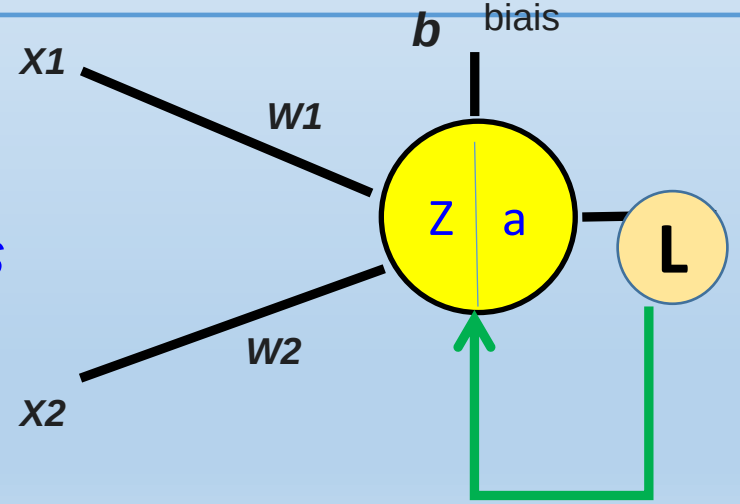


Résumé

Nombre de jeux d'entrée	*m vecteurs (x1,x2)*
Intégration des entrées	$z(x1,x2) = w1\ x1 + w2\ x2 + b$
Fonction d'activation	$a(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$ Sa dérivée est *a(1-a)*
Fonction de coût	$L = -\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} y_i \log(a_i) + (1-y_i)\log(1-a_i)$
Descente de gradient	$w_{t+1} = w_t - \alpha \frac{\partial L}{\partial w_t}$

Jeu de m données

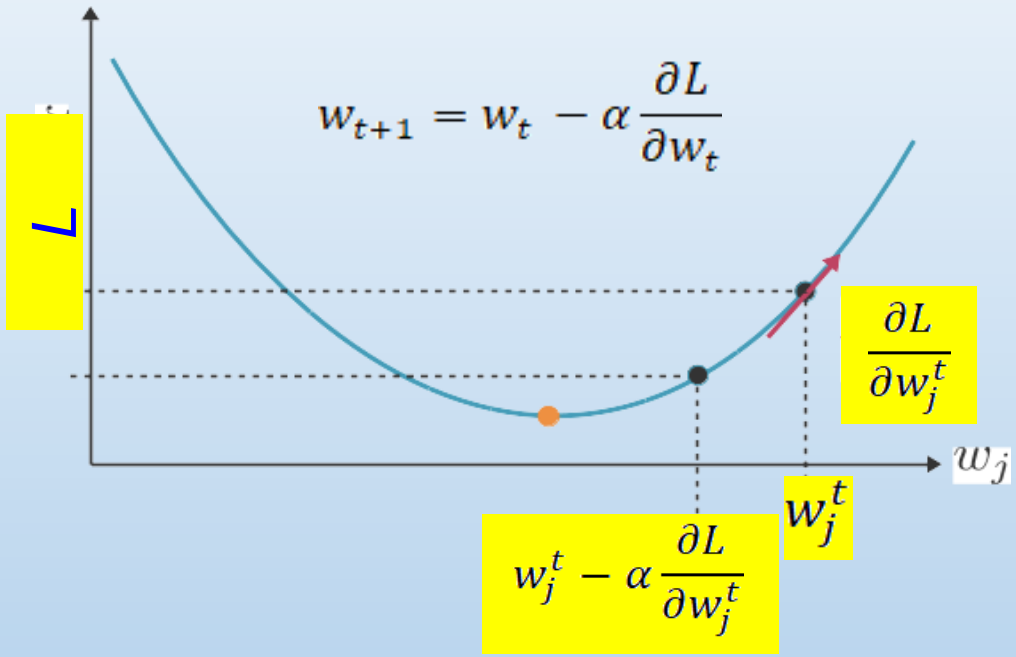
x_i^1, x_i^2, b_i



Algorithme de descente de gradient

Minimiser les erreurs du modèle

Calcul des gradients



$$\frac{\partial L}{\partial w_1} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(a_i - y_i)x_1$$

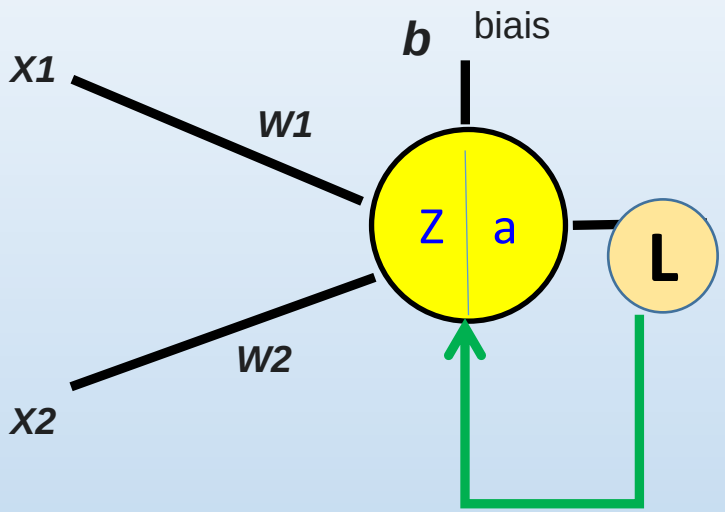
$$\frac{\partial L}{\partial w_2} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(a_i - y_i)x_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(a_i - y_i)$$

Rappel de l'algorithme initial du Perceptron 1957 :
W = W + a (Ytrue – Y) X

En résumé

Jeu de
m données
x_i^1, x_i^2, b_i

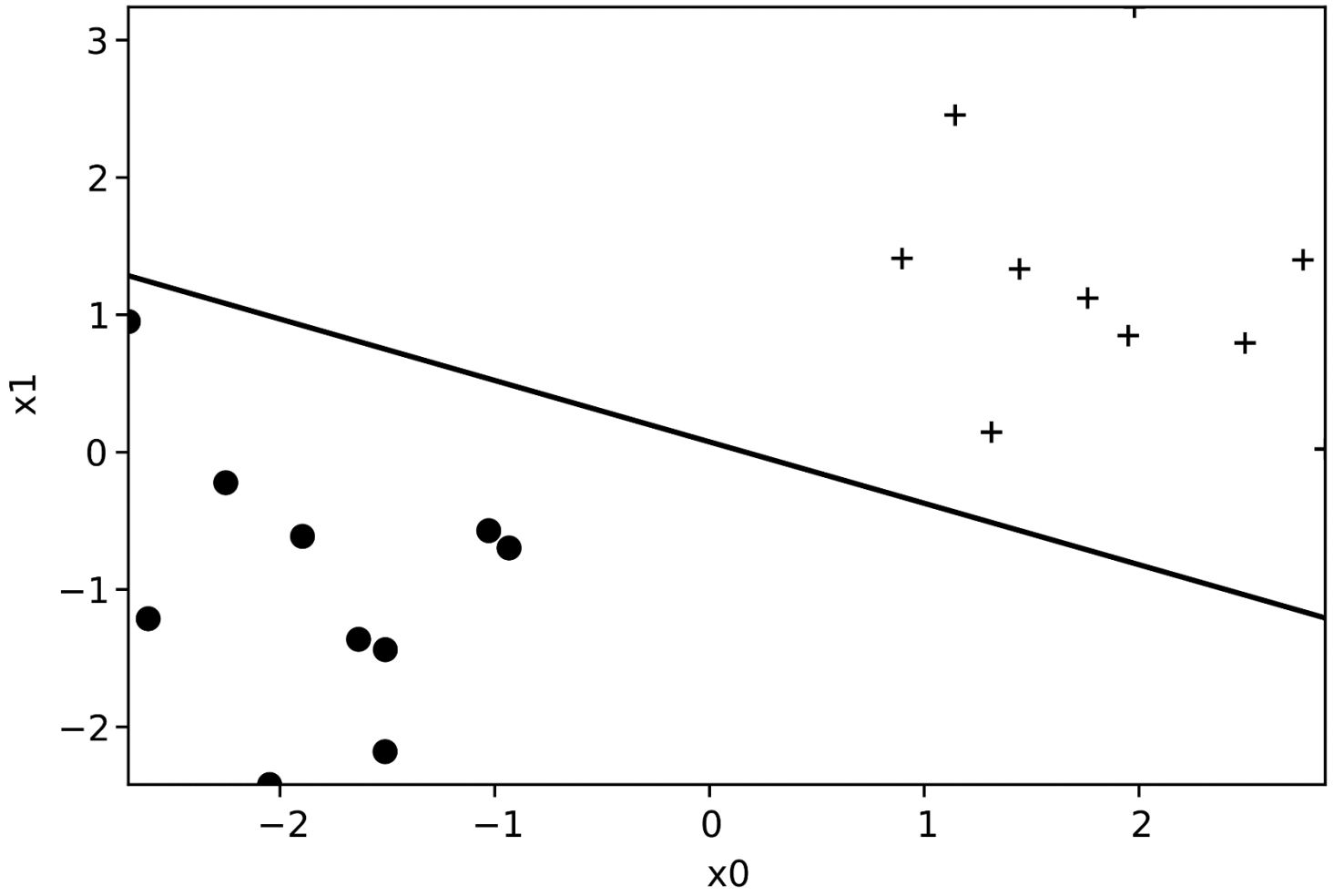


Ajustement des paramètres w1, w2 et b

1. *Forward Propagation*
2. *Cost Function*
3. *Backward Propagation*
4. *Gradient Descent*

Illustration

Données séparables linéairement



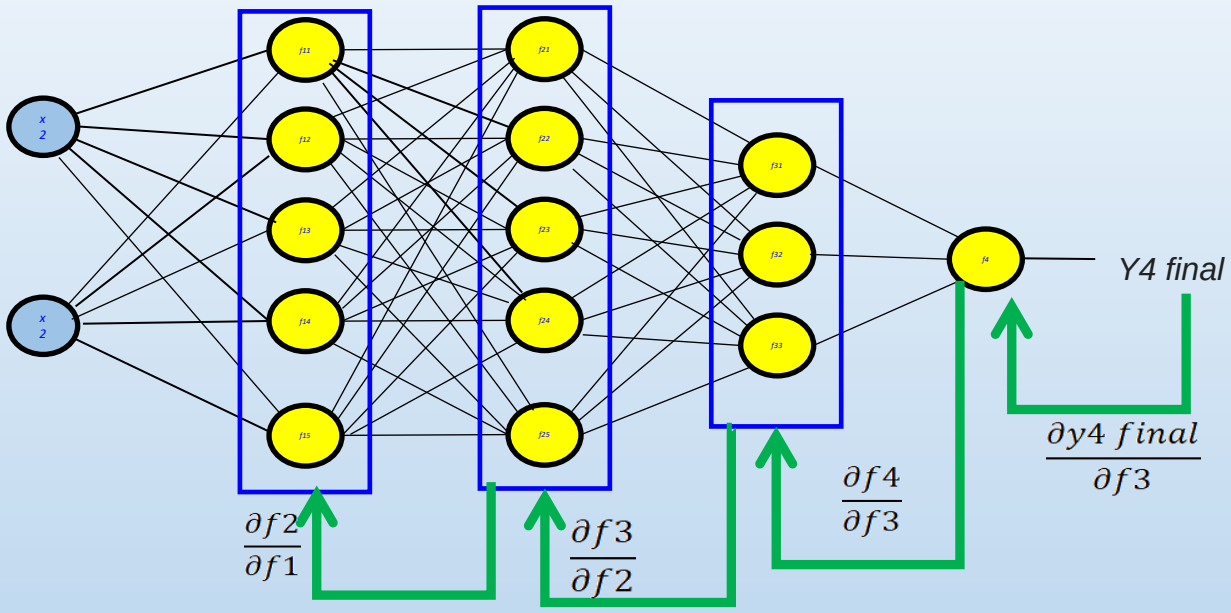
https://user.oc-static.com/upload/2018/12/12/15446484526497_linearsep_anim.gif

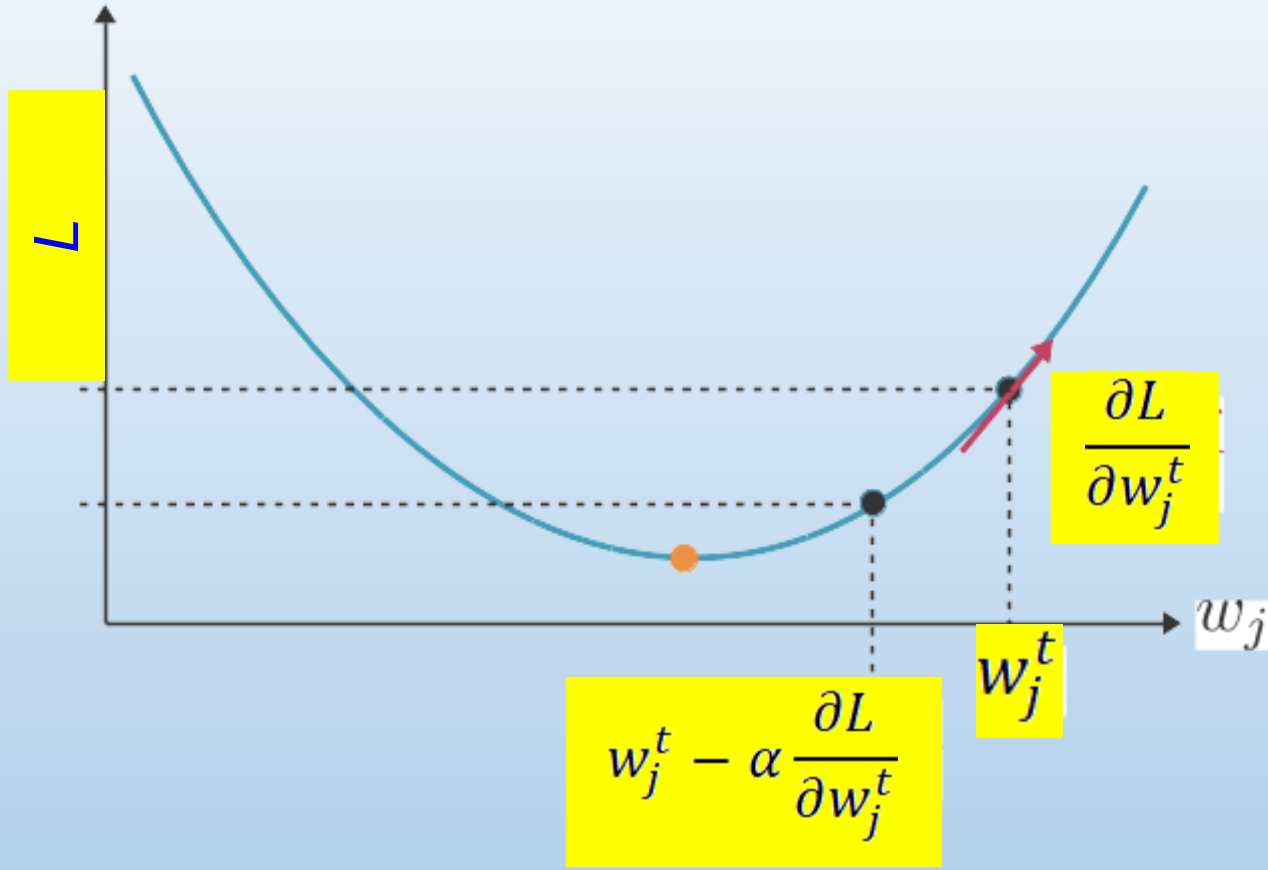
Retour au multicouche

Extension au Perceptron Multicouche

La descente de gradient

$$w = w - a \frac{\partial Erreur}{\partial w} \Rightarrow w_{t+1} = w_t - \alpha \frac{\partial L}{\partial w_t}$$

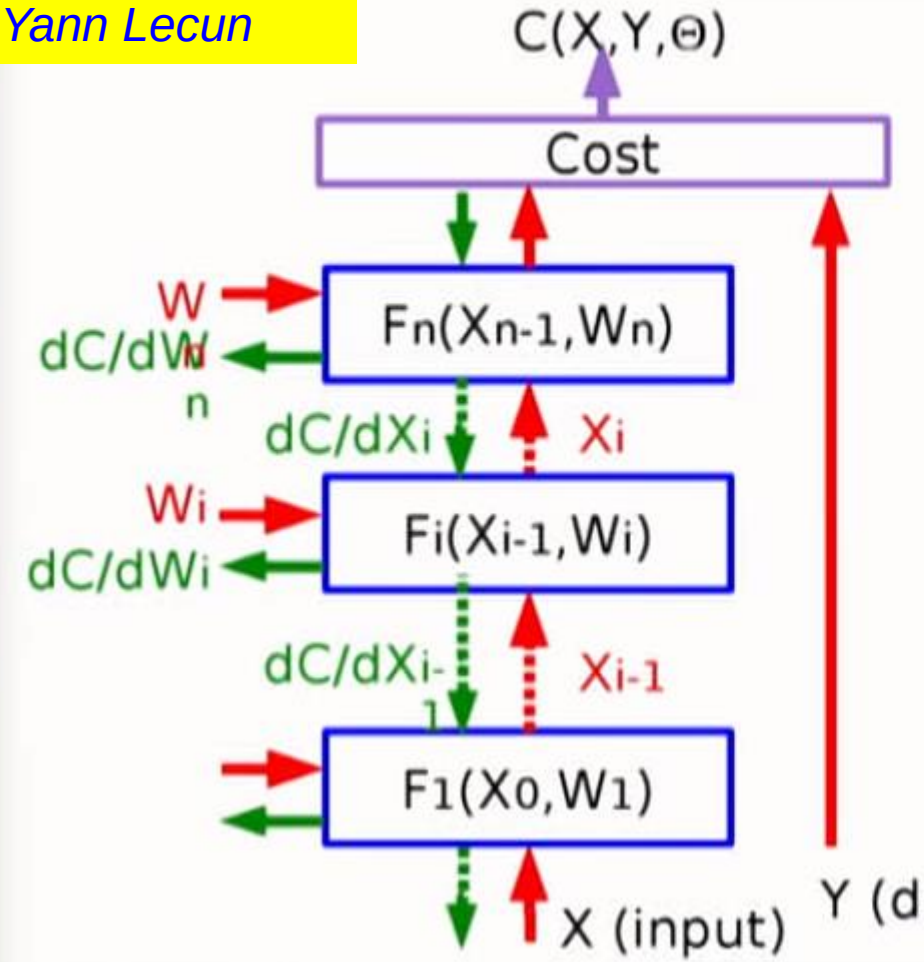




Remontée de gradients

Computing Gradients by Back-Propagation

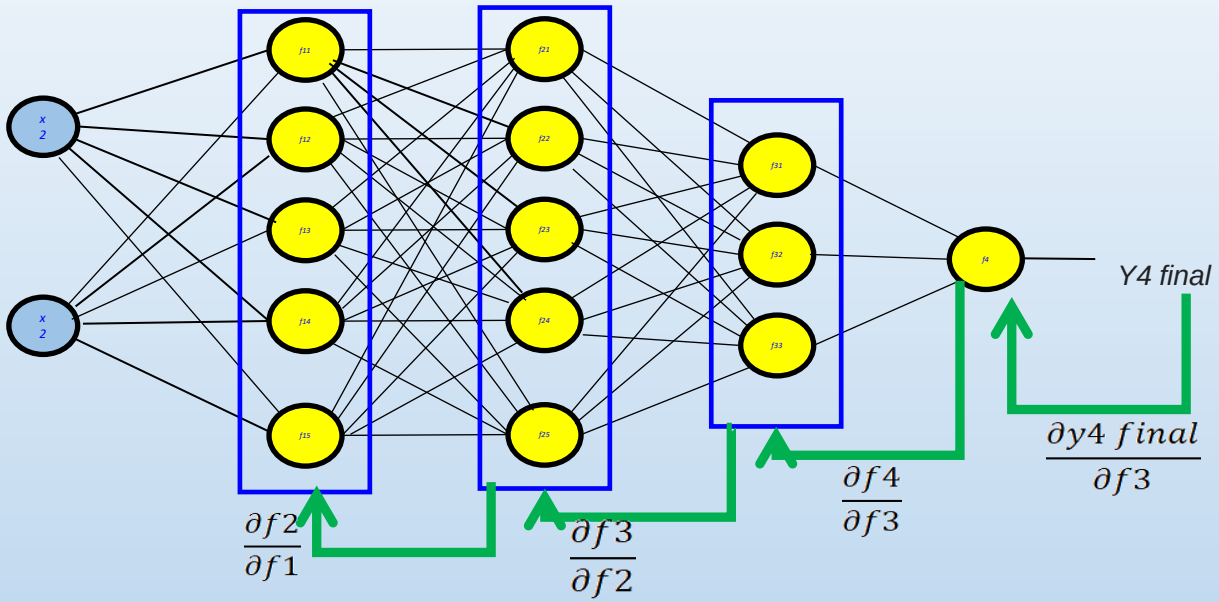
Yann Lecun



- **A practical Application of Chain Rule**
- **Backprop for the state gradients:**
- **$dC/dX_{i-1} = dC/dX_i \cdot dX_i/dX_{i-1}$**
- **$dC/dX_{i-1} = dC/dX_i \cdot dF_i(X_{i-1},W_i)/dX_{i-1}$**
- **Backprop for the weight gradients:**
- **$dC/dW_i = dC/dX_i \cdot dX_i/dW_i$**
- **$dC/dW_i = dC/dX_i \cdot dF_i(X_{i-1},W_i)/dW_i$**

En résumé

Jeu de
m données

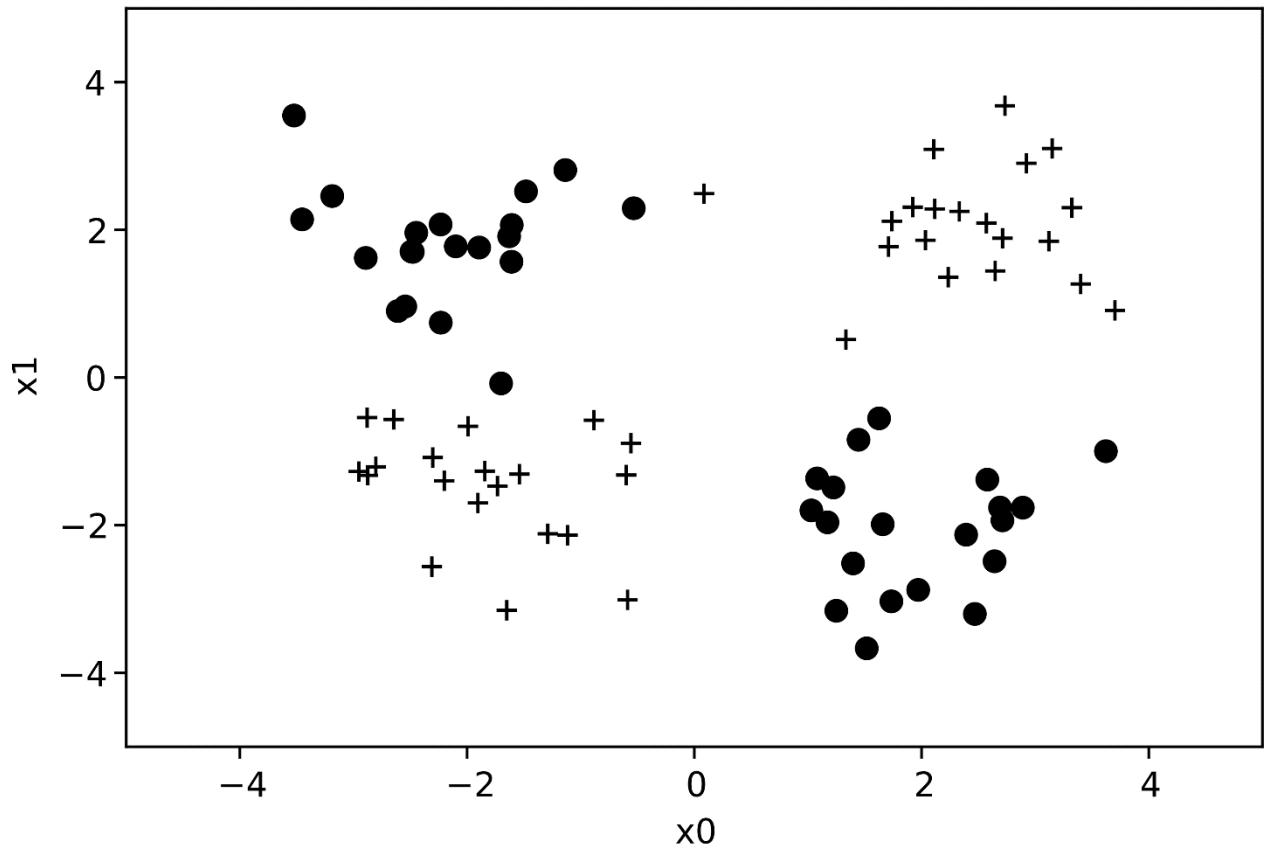


Ajustement des paramètres w et b

1. *Forward Propagation*
2. *Cost Function*
3. *Backward Propagation*
4. *Gradient Descent*

Illustration

Données non séparables linéairement



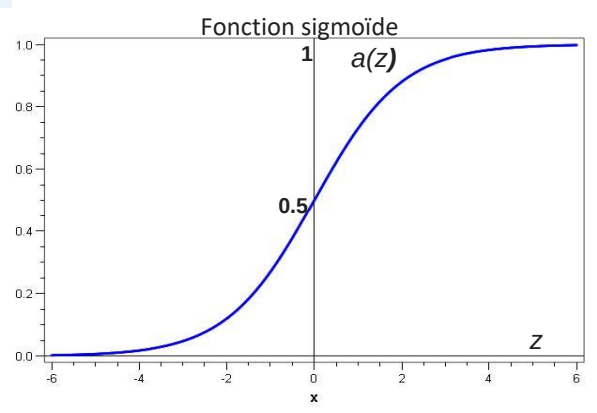
https://s3-eu-west-1.amazonaws.com/course.oc-static.com/courses/5801891/xorgsep_anim.gif

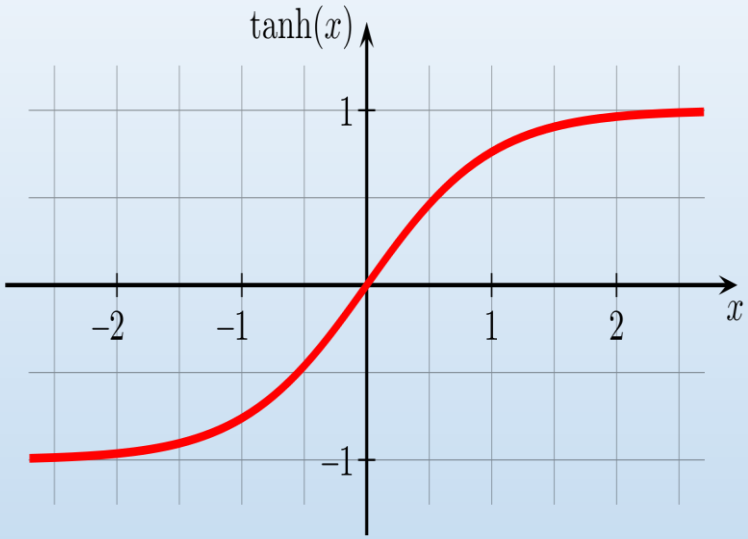
Evolutions

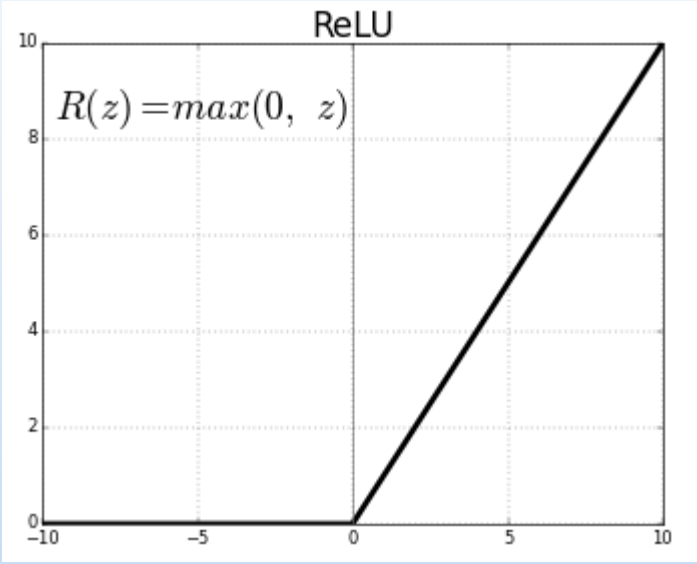
Au fil du temps le modèle continua d'évoluer

Fonctions d'activation

Utilisation d'autres fonctions d'activation







Fonction sigmoîde

$$a(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

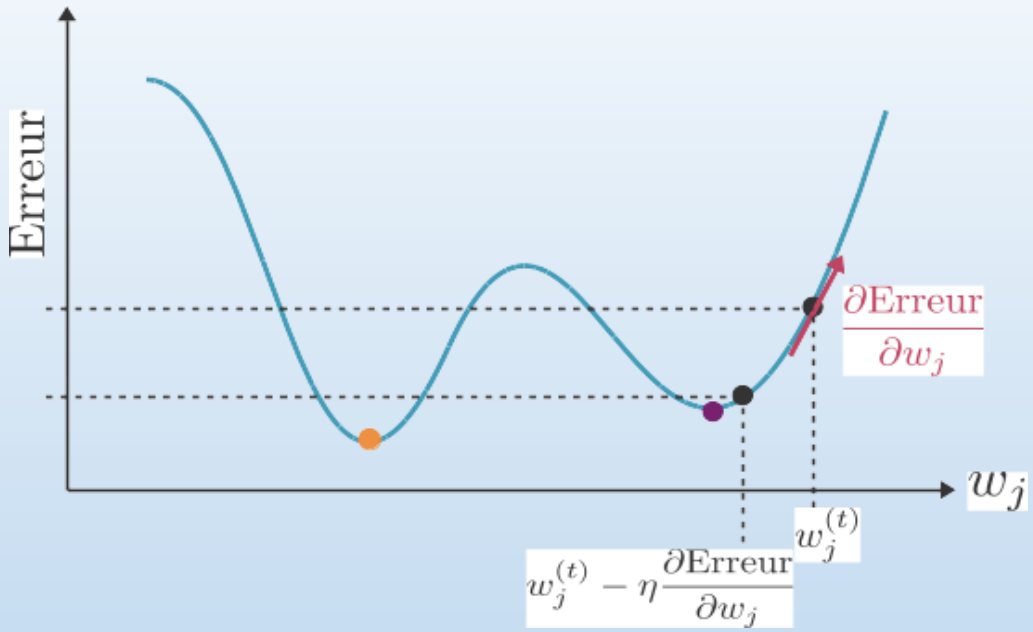
Fonction tangente hyperbolique

$$\tanh(z) = \frac{e^{z} - e^{-z}}{e^{z} + e^{-z}}$$

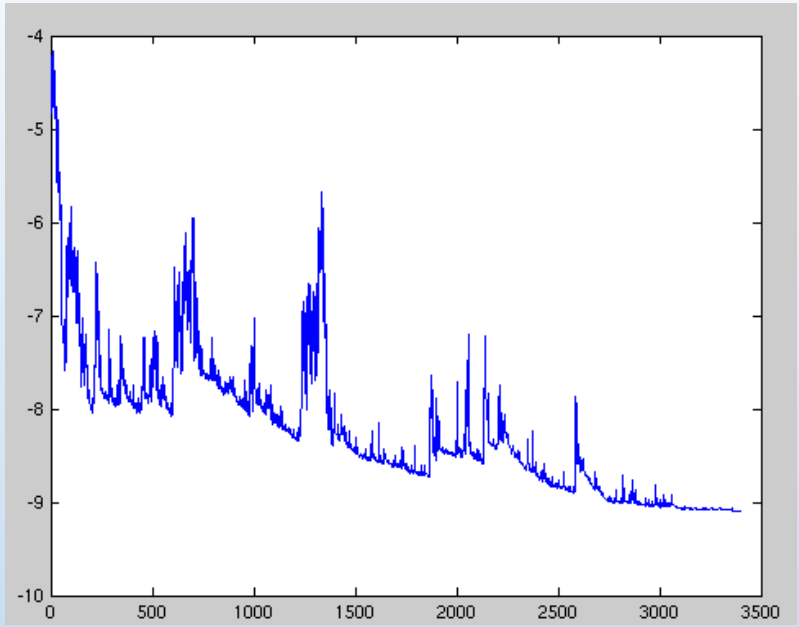
Fonction ReLu
Rectified Linear Unit

Descente de gradient stochastique

Stochastique : aléatoire, lié au hasard



Loss



epoch

Deux difficultés :

- *Minimum local ➔ tirage aléatoire et itérations*
- *Quantité de données telle que le calcul) va devenir vitre très coûteux en machine*

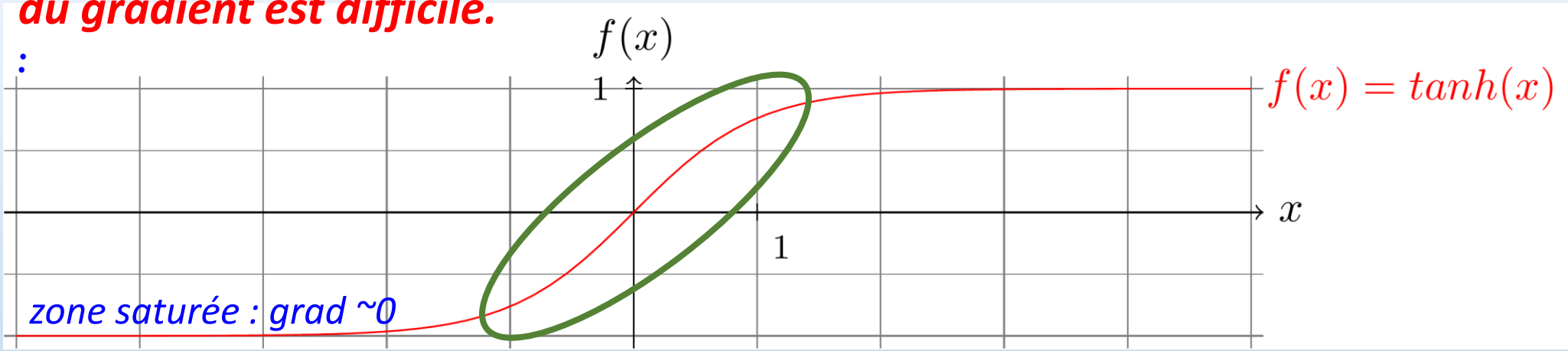
➔ ***On travaille à chaque epoch sur des échantillons (lots) , choisis de façon aléatoire,***

…

Gradient évanescent
Normalisation par lots

Plus on rajoute de couches, plus l'apprentissage par rétropropagation du gradient est difficile.

:



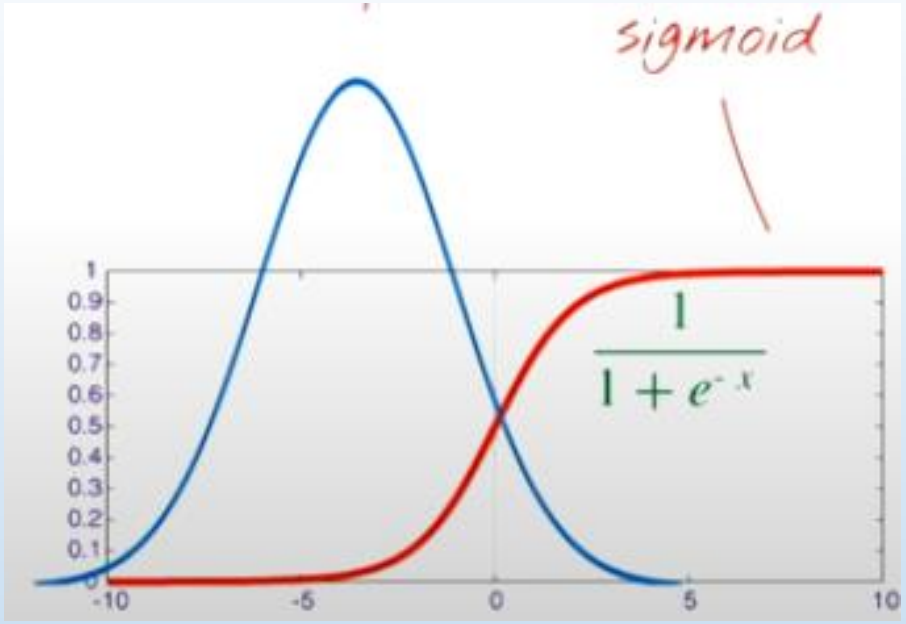
➔ ***Une réponse : Couche Batch Normalization***

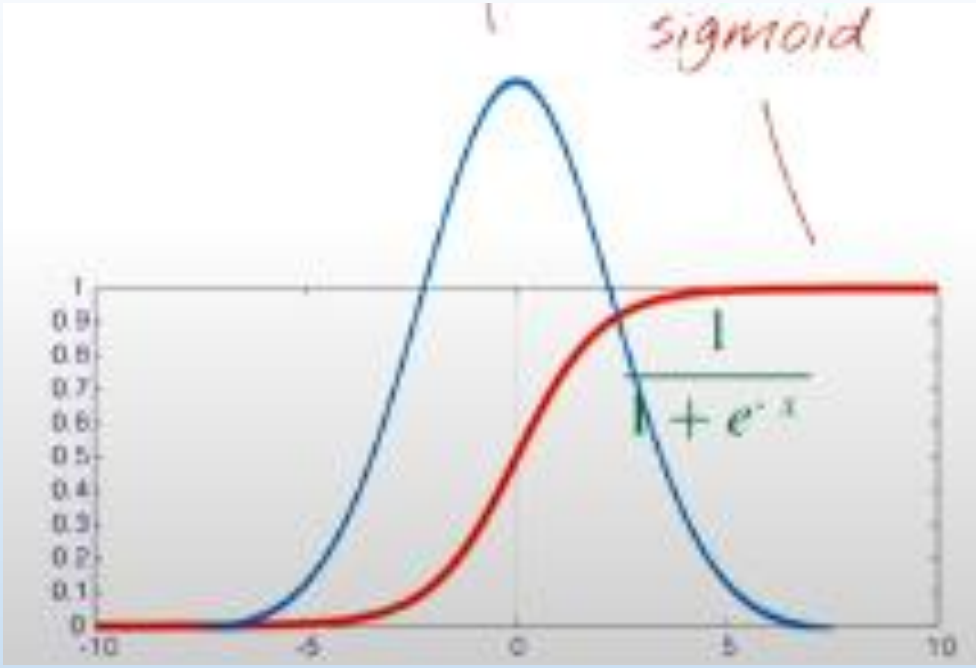
Réduction du phénomène d'évanescence du gradient

Permet de maintenir les exemples d'un batch (lot) dans la zone non saturée d'une unité.

Par exemple, la zone proche de 0 dans la fonction tangente hyperbolique

Normalisation par lots





Couche Batch Normalization

Pour les sorties de chaque couche de neurones :

On calcule la moyenne et les écarts-types d'un lot

On fait l'opération suivante pour chaque sortie :

$$\frac{\text{Valeur sortie} - \text{valeur moyenne}}{\text{Écart type}}$$

*Applicable aux **sorties pondérées** avant la fonction d'activation*

Démonstrations - Exemples

Tensorflow : plate-forme Open Source de bout en bout

.

Démonstrations - Exemples

Utilisation de Tensorflow

En pratique, on arrive à trouver des paramètres satisfaisants, mais il n'y a pas vraiment de cadre théorique pour formaliser tout cela, c'est affaire d'expérience :

- *choisir le bon nombre de neurones, le bon nombre de couches de neurones,*
- *quels calculs préliminaires ajouter en entrée ;par exemple multiplier les entrées pour augmenter les degrés de liberté permettant de faire le calcul*

Ce genre de techniques permet d'obtenir des résultats impressionnants en pratique, comme en reconnaissance de la voix ou d'objets dans une image (voir les vidéos du cours de Yann Le Cun au Collège de France).

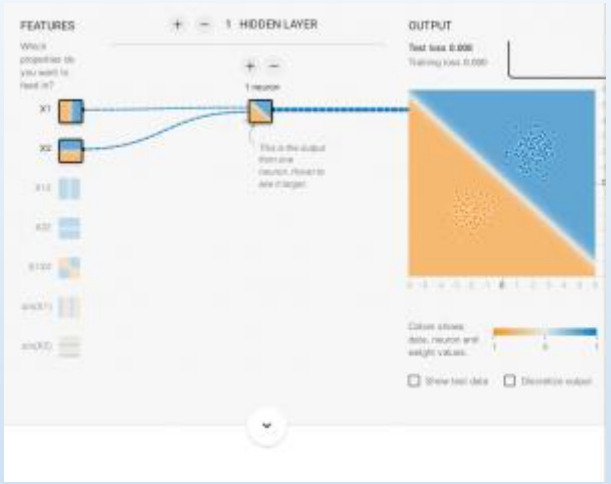
Démonstrations - Exemples

Tensorflow

Classer deux populations, qui sont déjà groupées en deux blocs facilement séparés par un ligne, alors c'est très facile : il suffit de trois neurones.

.

Les deux premiers neurones de la couche d'entrée calculent pour la position horizontale et verticale et le neurone de sortie combine ses informations pour faire une sortie oblique.



On parle de problème linéaire pour décrire un tel problème de classification dont la solution est une simple séparation par une surface plate.

Démonstrations - Exemples

Tensorflow

Mais si les données sont complètement intermêlées comme dans le cas de données en spirale alors il faut beaucoup plus de couches de calcul avec plus de neurones.

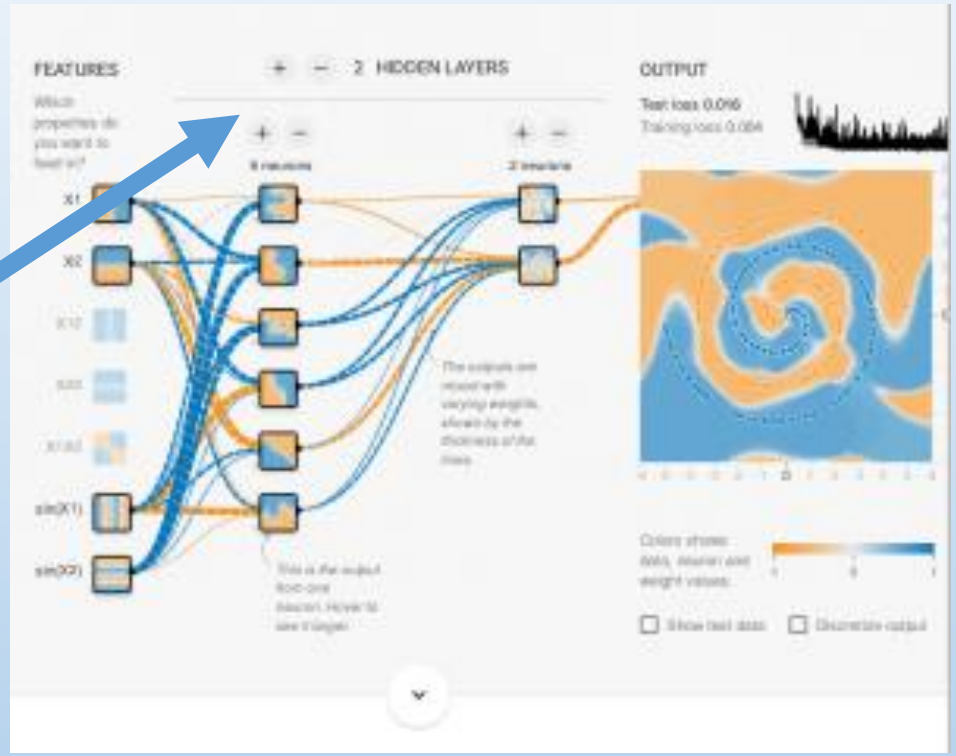
On voit alors comment au fil du calcul dans les couches de l'architecture, chaque neurone code pour un aspect de la forme à trouver, basique dans les couches basses, plus sophistiqué dans les couches plus hautes.
Beaucoup de calculs pour une simple paire de spirales !
Mais ce qui est remarquable c'est que cette foule de calculs élémentaires a pu coder approximativement un objet non trivial, en s'adaptant aux données, sans avoir eu à donner des informations à priori sur ces formes spiralées.

Démonstrations - Exemples

Tensorflow

Faut-il tous ces neurones pour résoudre ce problème de classification de données ?

Essayez et testez plusieurs configurations, à l'aide des boutons



Jouons avec les neurones

Jouez avec les neurones de la machine — Pixees

Fin