

IA et Nous

Applications pratiques

Probabilités

Plan

- 1. Incertitude et probabilités***
- 2. Cotes et vraisemblance***
- 3. Règle de Bayes***
- 4. Classification naïve bayésienne***
- 5. Notre cerveau est bayésien***

Incertitude et probabilité

S.Dehaene

« Apprendre c'est raisonner comme un **détective** :

Remonter aux causes cachées des phénomènes pour en déduire le **modèle**
qui les gouverne »

Dans le monde réel, les informations sont rarement binaires, vraies ou fausses, mais **incertaines** ou **probabilistes**

Incertitude et probabilité

Penser l'incertitude comme quelque chose qui peut être quantifié.

La probabilité sert à quantifier et comparer les risques.

Exemples dans la vie de tous les jours :

- quels sont les risques en cas de dépassement de la limite de vitesse ?*
- quelles sont les chances que les taux d'intérêt de votre crédit immobilier augmentent de cinq points de pourcentage au cours des cinq prochaines années ?*
- quelles sont les chances que l'IA automatise des tâches particulières, telles que la détection d'os fracturés dans les clichés radiologiques ?*

Probabilité

Selon les prévisions météo, **il pleuvra** demain avec **90 % de probabilité**, mais la journée se révèle très belle, avec un grand soleil et pas de pluie.

Selon les prévisions météo, la probabilité de pluie pour demain est **de 0 %**, mais la journée se révèle **pluvieuse**.

Supposons que vous surveilliez un prévisionniste météo **pendant longtemps**. Vous ne prenez en considération que les jours pour lesquels la prévision donne **80 % de risque de pluie**. **À long terme** vous découvrez qu'en moyenne, **il pleut trois jours sur cinq**

Aux États-Unis, lors de l'élection présidentielle de 2016, un blog politique bien connu, Five-Thirty-Eight, donnait à **Clinton 71,4 % de chances de l'emporter (contre 28,6 % à Trump)**.

Toutefois, contrairement aux prévisions, **Donald Trump a été élu** 45e président des États-Unis.

Prévision
Juste, erronée, ou pas de conclusion

pas de conclusion

erronée

erronée

pas de conclusion

Cotes

3:1 (trois contre un), ce qui signifie que nous prévoyons que, pour trois occurrences d'un résultat, par exemple un pari gagné, il y a une occurrence de résultat inverse, un pari perdu.

On peut aussi l'exprimer en disant qu'il y a **3 chances sur 4 de gagner (3/4)**.

Ces fréquences sont appelées «fréquences naturelles», étant donné qu'elles ne concernent que des nombres entiers.

Cela correspond à une probabilité de $\frac{3}{4} = 0.75$ ou 75%

Exemple : la cote du risque de pluie à San Diego est de 23:342, quelle est la probabilité ?

Probabilité est $23 / (23+342) = 0.06 = 6\%$

Cotes antérieures et vraisemblance

En Finlande. les risques de pluie sont de 206 sur 365 **cote antérieure** de 206:159

Chances d'avoir un matin nuageux lors d'une journée pluvieuse sont de 9 sur 10 (ce qui signifie que sur 10 jours, une seule journée pluvieuse a commencé avec un ciel bleu).

Chances d'avoir des nuages mais pas de pluie dans la journée sont de 1 sur 10.

Q : Y a-t-il plus de chances d'avoir des nuages un jour de pluie ou un jour sans pluie ?

Analyse

- jour de pluie, les chances d'avoir des nuages dans la matinée sont de 9 sur 10,
- jour sans pluie, ces chances sont de 1 sur 10

Il y a donc 9 fois plus de chances qu'il pleuve un jour où les nuages sont présents dans la matinée. 9/10: 1/10

C'est le rapport de vraisemblance

Règle de Bayes - Cotes postérieures

En Finlande. les risques de pluie sont de 206 sur 365 **cote antérieure** de 206:159
Soit 56%

Il y a 9 fois plus de chances qu'il pleuve un jour où les nuages sont présents le matin
Rapport de vraisemblance = 9

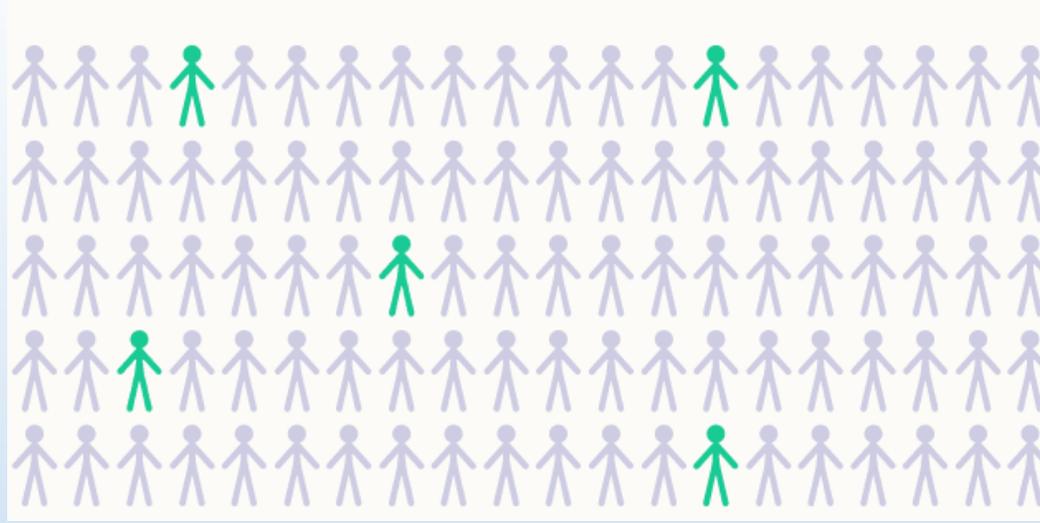
Quelle sera la cote de pluie avec un matin nuageux ?

Règle de Bayes : Cote postérieure = Vraisemblance X cote antérieure

Cote postérieure = 9 * 206:159 = 1854:159 ou 92 : 8 soit 92%
de risque de pluie avec un matin nuageux

Règle ou théorème de Bayes

Population avant le diagnostic



- Supposons que **5 femmes sur 100** ont un cancer du sein.
- Supposons que si une **personne souffre d'un cancer du sein, la mammographie va le détecter 80 fois sur 100.**

Lorsque l'examen suggère la présence du cancer du sein, on dit que le résultat est **positif**.

- Supposons que si la **personne testée n'a pas de cancer du sein, la probabilité que l'examen soit positif est de 10 pour 100 (faux positif)** .

Une femme «normale» passe une mammographie et obtient un résultat positif.

Selon vous, quelles sont les cotes pour qu'elle soit atteinte d'un cancer du sein, compte tenu de l'observation selon laquelle l'examen est positif ? Intuitivement ?

Règle ou théorème de Bayes

Calcul

La cote antérieure décrit la situation avant d'obtenir le résultat de l'examen **5:95**.

Le rapport de vraisemblance est la probabilité d'un résultat positif en cas de cancer divisé par la probabilité d'un résultat positif en cas d'absence de cancer : **$80/100 : 10/100 = 8$** .

La cote postérieure de cancer du sein en cas de résultat positif à l'examen : **$8 * 5:95 = 40 : 95$**

Parmi les femmes qui font l'objet d'un examen positif, il y aurait en moyenne :

- 40 femmes atteintes d'un cancer pour 95 femmes sans cancer du sein.

Cela donne un résultat de 40 sur 135, soit environ 30 %.

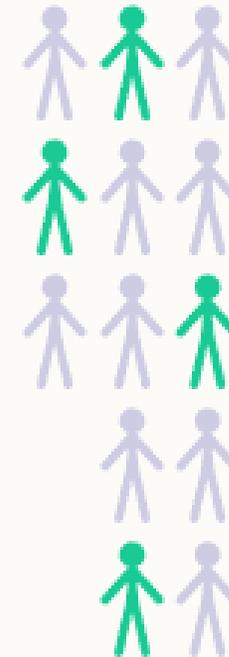
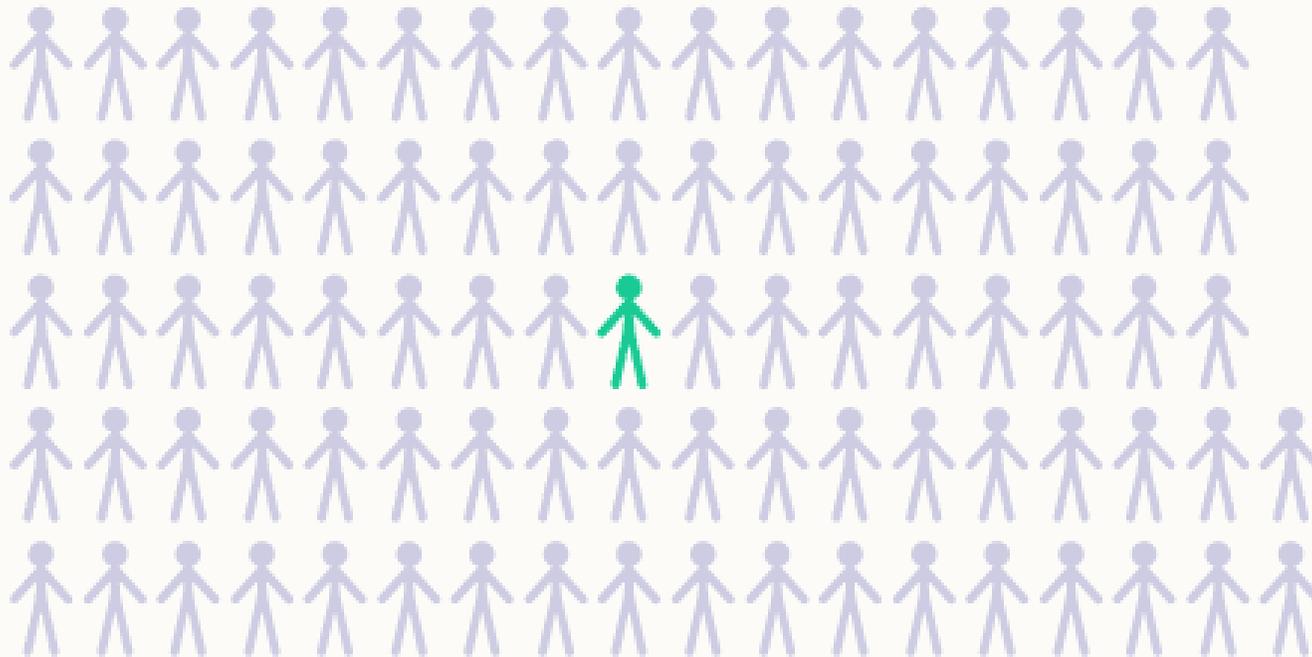
Ou 4/13 positives auraient un cancer contre 1/87 testées négatives

Règle ou théorème de Bayes

Population après le diagnostic

1/ 87 testées négatives

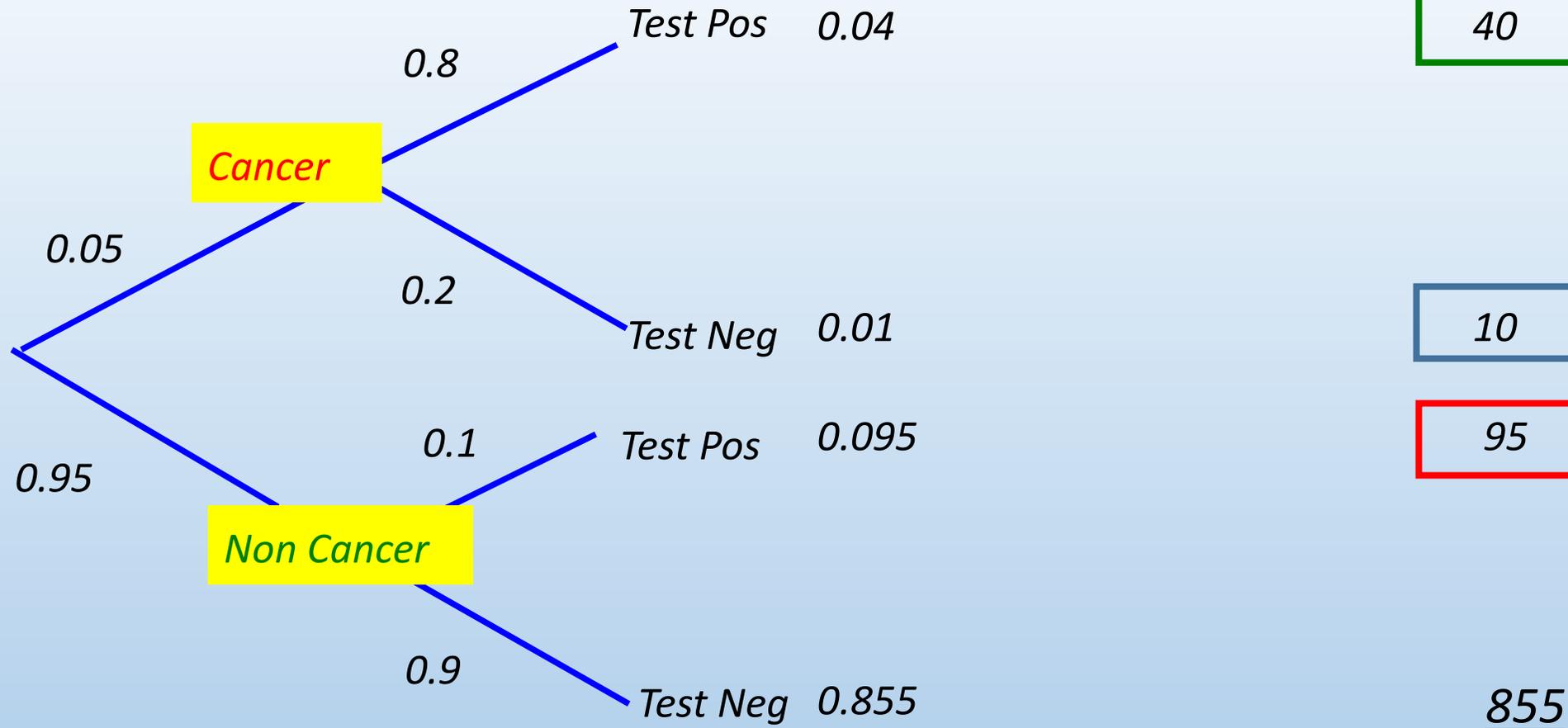
4/13 positives ont un cancer



Règle ou théorème de Bayes

Autrement dit :

Pour 1000 patients



Règle ou théorème de Bayes

Cote postérieure = Vraisemblance X cote antérieure

Règle ou théorème de Bayes

Autre exemple :

Pièce de monnaie pour tirage pile ou face

La théorie de Bayes (et Laplace) explique comment réviser nos croyances à chaque tirage*

* Révérend Bayes (1701-1761)– Marquis de Laplace(1749/1827)

Classification naïve bayésienne

Technique d'apprentissage automatique qui peut être utilisée pour séparer des objets tels que des documents textuels en deux classes ou plus.

*Le classifieur est **entraîné** avec un ensemble de données d'entraînement, pour lesquelles les classes correctes sont indiquées*

*Puis le classifieur est ensuite utilisé pour déterminer les **probabilités que les objets en entrée soient dans telle classe** en analysant leurs variables et caractéristiques*

***Naïf** : on considère que toutes les variables sont indépendantes*



Classification naïve bayésienne

Exemple : classification spam/non-spam

- Supposons que nous ayons « mesuré » recevoir 1 spam pour 1 non spam.

→ La cote antérieure est de 1:1

- Supposons que nous avons calculé le nombre d'occurrences des mots suivants (ainsi que de tous les autres mots) dans les deux classes de messages :

mot	spam	non-spam
million	156	98
USD	29	119
adclick	51	3
conférences	1	12
total	95791	306438

Calcul du rapport de vraisemblance :

Pour le mot million : $156/95791 : 98/306438 = 5.1$

Pour le mot USD : $29/95791 : 118/306438 = 0.8$

Pour le mot adclick : $51/95791 : 3/306438 = 53.2$

Pour le mot conférences : $1/95791 : 12/306438 = 0.3$

Classification naïve bayésienne

mot	rapport de vraisemblance
million	5.1
USD	0.8
adclick	53.2
conférences	0.3

Cote postérieure = Vraisemblance X cote antérieure

Filtre antispam à un seul mot :

Pour le mot million : $1:1 \times 5.1 = 5.1$ soit 51 messages spam pour 10 non-spam
Probabilité spam = $51 / (51+10) = 83\%$

:

Filtre pour les 4 mots : $1:1 \times 5.1 \times 0.8 \times 53.2 \times 0.3 = 65 \rightarrow 65$ spams pour 1 non spam
 $P \sim 98\%$

Règle ou théorème de Bayes

Le cerveau humain est bayésien !!

Le cerveau humain est bayésien

Rousseau dans Emile et l'Education (1762) :

Nous naissons capables d'apprendre mais ne connaissant rien ne sachant rien »

Turing : « Il est vraisemblable que le cerveau de l'enfant soit comme un cahier qu'on vient d'acheter.... »

Pour les neuroscientifiques, rien n'est plus faux.*

« Le bébé vient au monde pré-cablé, avec une extraordinaire base de données

Notre cerveau bayésien bénéficie des millénaires d'évolution et vient au monde bien

structuré, avec une vaste combinatoire de pensées potentielles et de modèles mentaux..

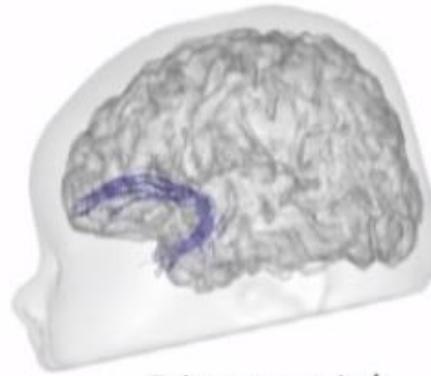
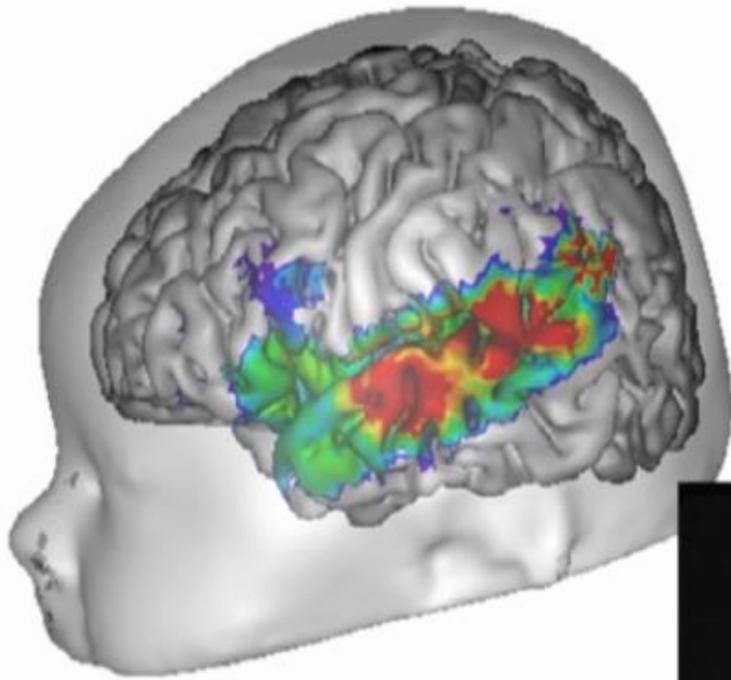
pourvus de réglages capables d'ajuster les paramètres en fonction des informations reçues du monde extérieur. »

« Tous les enfants naissent avec une architecture cérébrale similaire »

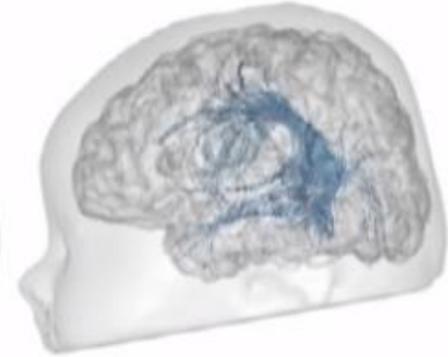
Cela réactualise le débat Inné / Acquis !!

* Stanislas Dehaene *Apprendre* 2018 O.Jacob

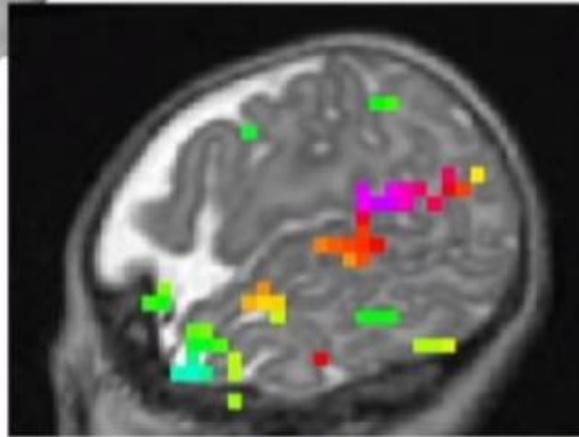
Idée 1: Le cerveau de l'enfant est structuré dès la naissance



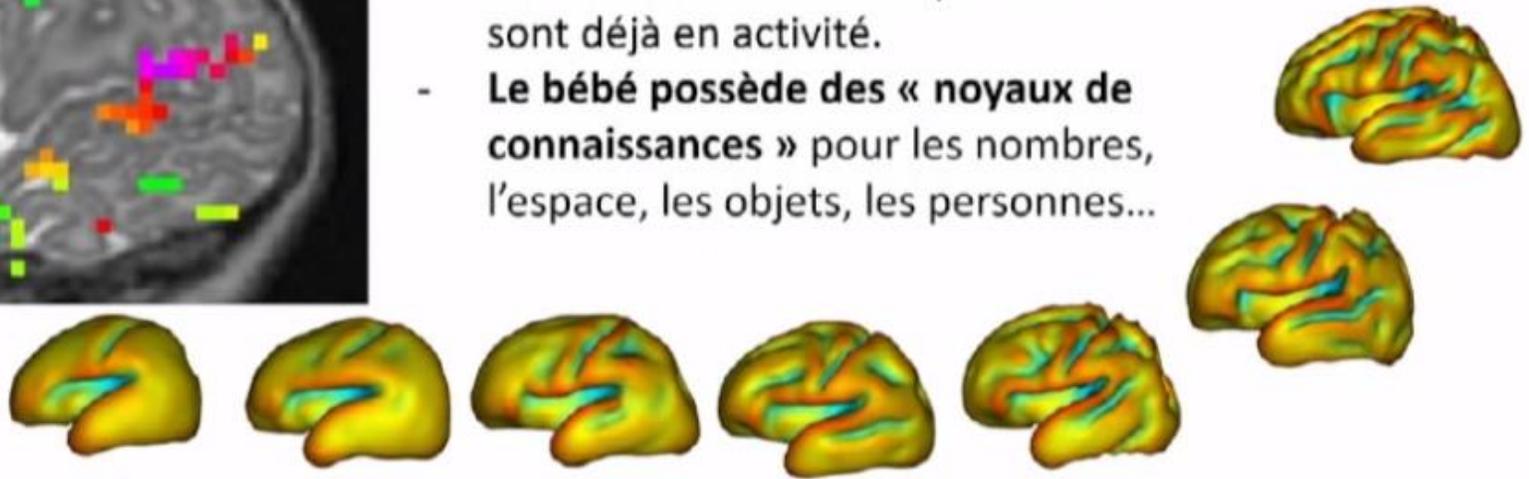
Faisceau unciné



Faisceau arqué



- Tous les grands faisceaux de connexions semblent en place
- De nombreux réseaux spécialisés sont déjà en activité.
- **Le bébé possède des « noyaux de connaissances »** pour les nombres, l'espace, les objets, les personnes...



Stanislas Dehaene

Idée 2. Le cerveau est une formidable machine à apprendre.

(« Le bébé statisticien »,

cours au Collège de France, 2013)

Stanislas Dehaene

Le cerveau contient, dès la naissance, un **algorithme d'apprentissage statistique** extrêmement sophistiqué (apprentissage statistique Bayésien)

L'enfant se comporte comme « un scientifique au berceau (Gopnik):

- il dispose d'un jeu d'**hypothèses hiérarchiques**, qu'il projette sur le monde extérieur
- Il sélectionne ces hypothèses ou schémas mentaux en fonction de leur **plausibilité** au vu des expériences qu'il fait et dont il compile les statistiques.
- L'attention, la récompense, l'erreur, la curiosité, le sommeil, sont des éléments importants de cet algorithme encore imparfaitement compris.



Stanislas Dehaene

Xu, F., & Garcia, V. (2008). Intuitive statistics by 8-month-old infants. *Proc Natl Acad Sci U S A*, 105(13), 5012-5015.

Le cerveau humain est bayésien

« Le cerveau humain semble posséder des algorithmes très spéciaux pour formuler des théories du monde extérieur.

Il parvient à extraire l'essentiel de la moindre observation en manipulant les probabilités

.

Il émet des hypothèses qu'il confronte à la réalité et ajuste ses modèles.

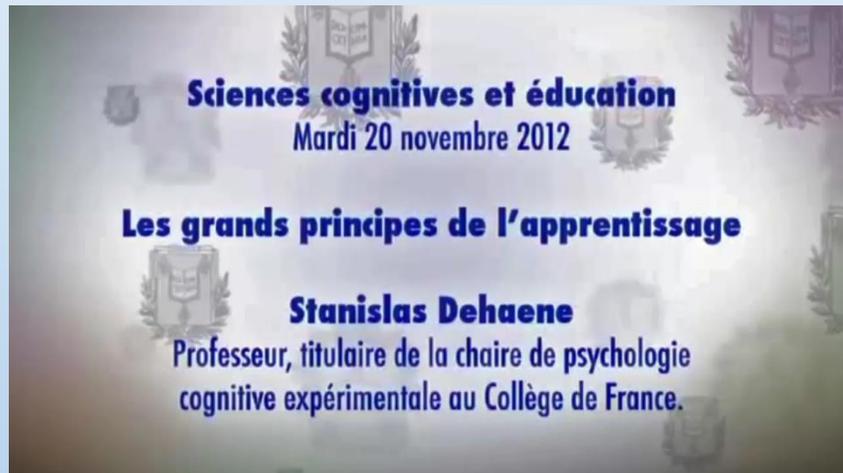
En associant une incertitude à chaque information et en manipulant les probabilités, notre cerveau développe sa capacité d'apprentissage.

Apprentissage

Élément essentiel de l'intelligence

Stanislas Dehaene

Apprentissage



Basket

